

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ ФЛУКТУАЦИОННЫХ ПОМЕХ

д.т.н. Г.В. Алешин, к.т.н. Ю.А. Богданов, к.т.н. А.В. Коломийцев

В статье предложена оценка точности измерителей частоты методом счета числа пересечений сигналом порога в условиях воздействия флуктуационных помех. Сделан вывод о предпочтительности частотных дискриминаторов при малых отношениях сигнал / шум.

Доплеровский измеритель скорости объектов получил широкое распространение ввиду известных достоинств: высокой точности измерений, широкого диапазона измеряемых скоростей и цифровой формы результата измерений. Эти достоинства в высококачественных системах реализуются за счет введения устройств поиска и сопровождения сигнала по частоте (ФАПЧ), т.е. они «покупаются» ценой усложнения аппаратуры и увеличения времени вхождения в связь. Значительное число радиотехнических и лазерных измерителей не используют указанные устройства поиска и сопровождения сигнала по частоте. Это приводит к увеличению погрешности измерений доплеровской частоты в условиях воздействия флуктуационных помех. Поэтому требуется оценить точность измерений частоты такими измерителями при различных отношениях сигнал / шум.

Будем предполагать, что флуктуационный шум представляет собой стационарный гауссов процесс с гауссовой корреляционной функцией, который можно считать адекватной моделью реального шума, прошедшего предварительную фильтрацию в радиосистеме, и что пересечение смеси гармонического сигнала с порогом фиксируется компаратором и затем счетчиком сформированных импульсов.

Мешающий флуктуационный шум с временем корреляции $t_{кор}$, значительно меньшим времени наблюдения T , приводит в среднем к увеличению числа пересечений смесью сигнала с шумом заданного порога, т.е. к увеличению погрешности измерений доплеровской частоты. Для оценки этого увеличения числа пересечений порога воспользуемся формулой Стратоновича [1]

$$n_0 = \frac{\sqrt{-R_{\tau}''(0)}}{2\pi} \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1)$$

где n_0 - частота пересечений порога; $R(\tau)$ - нормированная корреляци-

онная функция шума; \mathbf{b} – порог; σ^2 - дисперсия шума.

Нормированная корреляционная функция шума имеет вид:

$$\mathbf{R}(\tau) = e^{-\frac{(\alpha\tau)^2}{2}}; \quad (2)$$

$$\mathbf{R}''(\tau) = -\alpha^2 \exp\left(-\frac{\alpha^2\tau^2}{2}\right), \quad (3)$$

где $\alpha = \frac{1}{t_{\text{кор}}}$ - параметр ширины энергетического спектра шума.

Из (1) видно, что с ростом порога число дополнительных за счет шума пересечений порога \mathbf{n}_0 уменьшается. Обычно в таких измерителях подсчитывается число переходов смеси через нуль. Поэтому наличие во входной смеси сигнала равносильно тому, как если бы порог менялся по закону

$$\mathbf{b} = U_{\text{мс}} \sin \omega_0 t, \quad (4)$$

где $U_{\text{мс}}$ - амплитуда сигнала, ω_0 - доплеровская частота сигнала, t – время.

Тогда, с учетом (1), (3), (4):

$$\mathbf{n}_0(t) = \frac{\alpha}{2\pi} \exp\left\{-\frac{\mathbf{q}}{4} \sin^2 \omega_0 t\right\}, \quad (5)$$

где \mathbf{q} – отношение сигнал / шум.

Среднее число шумовых пересечений порога за время \mathbf{T} равно

$$\mathbf{N} = \int_0^{\mathbf{T}} \mathbf{n}_0(t) dt. \quad (6)$$

Обозначив $\omega_0 t = x$ и считая, что $\mathbf{f}_0 \mathbf{T}$ есть целое число \mathbf{n} , получим

$$\mathbf{N}_{\mathbf{T}_0} = \frac{\alpha \mathbf{T}}{2\pi} \mathbf{P}_1(\mathbf{q}, \mathbf{n}),$$

где

$$\mathbf{P}_1(\mathbf{q}, \mathbf{n}) = \frac{1}{\mathbf{n}} \int_0^{\mathbf{n}} e^{-\frac{\mathbf{q}}{2} \sin^2 x} dx. \quad (7)$$

Средняя погрешность оценивания частоты за счет шумов $\Delta \mathbf{f}_{\text{ш}}(\alpha, \mathbf{q})$:

$$\Delta \mathbf{f}_{\text{ш}} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{T}} = \frac{\alpha}{2\pi} \mathbf{P}_1(\mathbf{q}, \mathbf{n}). \quad (8)$$

Примечательно, что $P(q)$ не зависит от частоты сигнала ω_0 . Это понятно: во сколько раз выше частота сигнала, во столько же раз увеличивается его крутизна и во столько же раз в каждом периоде уменьшается время пребывания процесса над порогом. Поэтому среднее число превышений порога остается неизменным по отношению к частоте ω_0 .

Оценим погрешность измерения частоты методом счета числа пересечений порога для случая, когда отношение сигнал/шум велико.

Упростим (8) в первом приближении. Для этого определим интервалы времени, когда частота $n(t)$ пересечений порога мала, и пренебрежем ею. Будем считать эту частоту малой, если она уменьшится, считая от максимума в e^2 раз. Это соответствует потери точности почти на 10%. Поэтому

$$\max n(t) = n(0) = \frac{\alpha}{2\pi}$$

и

$$\frac{n(t)}{n(0)} = \exp\left(-\frac{q}{4} \sin^2 \omega_0 t\right) \leq \frac{1}{e^2}$$

или

$$\frac{q}{4} \sin^2 \omega_0 t_1 \geq 2. \quad (9)$$

Отсюда следует, что мы оцениваем лишь частоту пересечений порога в интервалах времени $[-t_1, t_1]$ в каждом полупериоде сигнала. Из (9) получим

$$t_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\omega_0 \sqrt{q}}. \quad (10)$$

Для того, чтобы выполнялось соотношение $\frac{t_1}{T} \leq \frac{\pi}{2}$, необходимо, чтобы было $q \geq 0,1$. Для больших q и $n = f_0 T$:

$$N \approx \frac{2\alpha n}{2\pi} \int_0^{t_1} e^{-\frac{q}{2} \sin^2 \omega_0 t} dt \approx \frac{\alpha n}{\pi \sqrt{q} \omega_0} \int_0^{\sqrt{q} \omega_0 t_1} e^{-\frac{y^2}{2}} dy, \quad (11)$$

где $y = \sqrt{q} \omega_0 t$.

Тогда

$$\sqrt{q} \omega_0 t_1 = \frac{\sqrt{q} \omega_0 2\sqrt{2}}{\omega_0 \sqrt{q}} = 2\sqrt{2};$$

$$N = \frac{\sqrt{2T\alpha}}{\pi^{3/2}\sqrt{q}} = \Phi(2\sqrt{2}),$$

где $\Phi(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_1} e^{-x^2/2} dx$ - функция Лапласа;

$$\Phi(2\sqrt{2}) = 0,4976.$$

Отсюда

$$\Delta f_{cp} = \frac{N}{T} = \frac{0,136}{\sqrt{q}} \alpha, \quad (12)$$

при $q \geq 8$.

Если смесь сигнала с шумом фильтруется в полосе $\Pi = \alpha$, то погрешность оценивания частоты сигнала методом счета пересечений порога меньше погрешности оценивания частоты двухканальным частотным дискриминатором, для которого [2]:

$$\Delta f_{4D} = \frac{\Pi}{\sqrt{2q}}$$

при тех же значениях Π и q .

Таким образом, при малых отношениях сигнал/шум ($q < 8$) предпочтение следует отдавать частотным дискриминаторам.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Стратонович Е.Л.. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. – М. : Сов. радио, 1970. – 341 с.
- 2 Алешин Г.В. Основы построения оптимальных информационно - измерительных радиотехнических систем. – Х. : ХВУ, 1994. – 254 с.

Поступила 24.01.2002

АЛЕШИН Геннадий Васильевич, доктор техн. наук, профессор кафедры Харьковского института военно-воздушных сил. В 1962 году окончил Харьковское высшее командно - инженерное училище. Область научных интересов – основы радиоэлектронной системологии.

БОГДОМИЙЦЕВ Алексей Владимирович, канд. техн. наук, вице - президент Научно - технологического института трансляции транскрипции и репликации. В 1974 году окончил Харьковский авиационный институт. Область научных интересов – основы радиоэлектронной системологии в геофизике.

КОЛОМИЙЦЕВ Алексей Владимирович, канд. техн. наук, старший инженер Харьковского военного университета. В 1993 году окончил Харьковское высшее военное командно-инженерное училище ракетных войск. Область научных интересов – основы лазерной системологии.