

## UMA METAHEURÍSTICA ILS PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES INDESEJADAS

**Wesley de Matos Lancuna**

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais  
Av. Amazonas 7675- Nova Gameleira - Belo Horizonte - MG - Brasil  
wlancuna@gmail.com

**Elisangela Martins de Sá**

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais  
Av. Amazonas 7675- Nova Gameleira - Belo Horizonte - MG - Brasil  
elisangelamartins@cefetmg.br

**Sérgio Ricardo de Souza**

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais  
Av. Amazonas 7675- Nova Gameleira - Belo Horizonte - MG - Brasil  
sergio@cefetmg.br

### RESUMO

Este trabalho tem seu foco no problema de localização de instalações indesejadas. O problema consiste em localizar instalações, de modo que as mesmas estejam o mais afastado possível dos clientes. As instalações serão selecionadas de forma a maximizar a soma das distâncias dos clientes à instalação mais próxima. Possíveis aplicações desse problema são instalações de aterros sanitários, usinas nucleares, barragens de rejeitos de minério e penitenciárias. O problema é considerado NP-difícil. Para buscar melhores soluções para o problema, propõe-se um algoritmo que combina as técnicas de inserção mais barata e a metaheurística ILS. Os resultados mostram que a técnica proposta apresenta resultados equivalentes aos melhores algoritmos da literatura.

**PALAVRAS CHAVE.** Localização de Instalações Indesejadas. ILS. Inserção mais Barata

**Tópicos:** MetaHeurísticas. Logística e Transportes

### ABSTRACT

This paper addresses the problem of locating obnoxious installations. This problem consists of locating facilities so that they are as far away from customers as possible. The facilities are selected to maximize the sum of customer distances to the nearest facility. Possible applications of this problem are landfill facilities, nuclear power plants, ore tailings dams, and penitentiaries. Since this is an NP-hard problem, this paper proposes a hybrid metaheuristic to find better solutions, combining the cheapest insertion techniques and the Iterated Local Search metaheuristic. The results show that the proposed techniques present statistically equivalent results to the best-known algorithms in the literature.

**KEYWORDS.** Obnoxious Location Problem. ILS. Cheapest Insert

**Paper topics:** Meta-Heuristics. Logistic and Transports

## 1. Introdução

Este trabalho aborda o Problema de Localização de  $p$  Instalações Indesejadas –  $p$ -PLII (*Obnoxious  $p$ -Median Problem*), que é uma adaptação do problema clássico de  $p$ -medianas. O problema de localização de  $p$ -medianas consiste em localizar  $p$  instalações, com o intuito de minimizar a soma ponderada das distâncias de cada cliente à instalação mais próxima. No  $p$ -PLII, por outro lado, deseja-se localizar  $p$  instalações o mais afastadas possível dos clientes. Possíveis aplicações para este problema são instalações de aterros sanitários, usinas nucleares, barragens de rejeitos de minério, presídios, dentre outras.

Para Hosseini e Esfahani [2009], as instalações, em geral, são divididas em dois grupos: instalações desejadas e instalações indesejadas. As instalações do primeiro grupo são de interesse e desejadas para os habitantes que estão próximos a elas, sendo esse o caso de hospitais, postos de bombeiros, lojas de compras e centros educacionais. O segundo grupo se refere à instalações que são indesejadas para a população circunvizinha, que as evita, buscando ficar o mais longe possível, como depósitos de lixo, fábricas de produtos químicos, reatores nucleares, instalações militares e presídios. Devido a questões de saneamento, segurança ou bem-estar, instalações como estas são indesejadas e tenta-se, do ponto de vista de planejamento de suas localizações, afastá-las dos centros de demanda. Deve-se observar, no entanto, que, apesar da maioria destas instalações indesejadas serem necessárias para a comunidade, como o caso de locais de despejo de lixo, sua localização pode ser desagradável para a população ao seu redor.

Formalmente, o  $p$ -PLII consiste em localizar  $p$  instalações, dentre um conjunto de instalações candidatas, de forma a maximizar a soma da distância entre os nós de demanda e as instalações mais próximas a cada um deles. Neste caso, assume-se que a instalação mais próxima do cliente é a instalação que provoca maior efeito negativo.

Conforme citado em Batta e Chiu [1988], o problema  $p$ -PLII foi introduzido por Goldman e Dearing [1975]. Após isso, foram surgindo outras abordagens de problemas de localização de instalações consideradas indesejadas. Por exemplo, Eiselt e Marianov [2015]; Melachrinoudis et al. [1995]; Demesouka et al. [2014] abordaram o problema de maneira multiobjetiva, enquanto Lin e Guan [2018]; Chiang e Lin [2017]; Cheng et al. [2019] focaram em uma abordagem mono-objetiva. Quanto ao método de resolução, Chiang e Lin [2017]; Drezner et al. [2018a]; Belotti et al. [2007] usam métodos matemáticos para resolver o problema e Colmenar et al. [2016]; Herrán et al. [2018]; Drezner et al. [2018b] utilizam algoritmos heurísticos.

Problemas de localização de instalações indesejadas geralmente esbarram com a pressão social contrária à construção de tais instalações próximas às residências dos moradores. Além de ser um trabalho de planejamento de alto custo, que auxiliaria na viabilização de instalações, o  $p$ -PLII é um problema com facetas sociais, uma vez que uma instalação localizada em região próxima à comunidades limítrofes pode gerar um enorme passivo social, caso ocorra algum problema com a instalação e seja necessário realocar as comunidades vizinhas à instalação. Recentemente, o problema de localização de instalações indesejadas tornou-se ainda mais importante, após diversos acidentes com barragens de rejeito de minério, devastando regiões por inteiro, com inúmeras perdas de vidas humanas e enorme impacto ambiental [de Freitas et al., 2019]. Portanto, é fundamental localizar essas instalações de maneira a mitigar os efeitos negativos da pressão social ocasionadas por instalações indesejadas muito próximas aos clientes e reduzir o risco com eventuais acidentes que possam ocorrer com as instalações.

Contudo, não é uma tarefa simples, do ponto de vista técnico, encontrar a melhor localização para uma instalação, que cause o menor efeito negativo possível, em um conjunto de possíveis locais disponíveis. Com isso, surge a necessidade de se desenvolver ferramentas capazes

de localizar as instalações com maior assertividade. Para isso, os algoritmos meta-heurísticos são excelentes ferramentas para problemas combinatórios nos quais precisa-se de uma solução de boa qualidade em tempo computacional viável.

Como o  $p$ -PLII é um problema NP-Difícil [Tamir, 1991], neste trabalho é proposto um algoritmo metaheurístico para buscar melhores soluções para instâncias deste problema. O algoritmo proposto é uma adaptação da metaheurística *Iterated Local Search*, e é composto por duas fases: (i) fase construtiva; e (ii) fase de refinamento, por meio de busca local. A fase construtiva foi feita de maneira gulosa, usando o método de inserção mais barata. Em seguida, após a construção da solução inicial, a fase de refinamento do algoritmo consiste na aplicação, à solução inicial gerada, da metaheurística ILS, proposta por Lourenço et al. [2003].

Este trabalho está organizado da seguinte forma. Na Seção 2, é feita uma revisão da literatura citando os principais trabalhos relacionados ao problema  $p$ -PLII. A Seção 3, descreve-se o problema do ponto de vista da modelagem matemática e apresenta-se um modelo matemático para o problema. Em seguida, na Seção 4, é descrito o algoritmo proposto em cada etapa. Os resultados encontrados pelo algoritmo proposto são comparados com os principais algoritmos da literatura na Seção 5. A conclusão do trabalho e possíveis trabalhos futuros são apresentados na Seção 6.

## 2. Revisão Bibliográfica

O primeiro trabalho a tratar o problema  $p$ -PLII foi Goldman e Dearing [1975], conforme citado em Batta e Chiu [1988]. Após isso, Church e Garfinkel [1978], também segundo Batta e Chiu [1988], abordaram um problema de localizar as instalações o mais afastado possível dos cliente em uma rede sem considerar a distância de uma instalação para outra, de maneira similar ao problema atual. Porém, o critério que cada cliente deve ser alocado à instalação aberta mais próxima não era tratado.

Partindo desses trabalhos, Batta e Chiu [1988] apresentam um modelo para o problema  $p$ -PLII considerando um veículo desagradável, como por exemplo, um veículo de transporte de material perigoso em uma rede no plano euclidiano, no qual a soma das distâncias de um container até um centro de demanda é minimizada. Gopalan et al. [1990] desenvolveram um modelo matemático e uma heurística baseada em relaxação lagrangeana para gerar um conjunto equitativo de rotas para remessas de materiais perigosos e aplicaram o trabalho na cidade de Albany, no estado de Nova Iorque, EUA. O objetivo era determinar um conjunto de rotas que minimizem o risco total das viagens e espalhem o risco de forma equitativa entre as zonas da região geográfica na qual a rede de transporte está inserida, quando várias viagens são necessárias da origem ao destino.

Melachrinoudis et al. [1995] abordam um problema específico de localização de aterros sanitários. Os autores desenvolveram um modelo de otimização inteira mista multiobjetivo, cujos objetivos eram minimizar os custos de transporte e os riscos ambientais da instalação de um aterro sanitário, buscando uma solução de compromisso entre estes diferentes critérios. Uma abordagem de localização contínua de instalações indesejáveis dentro de uma determinada região geográfica, considerando os aspectos ambientais, é proposta por Fernández et al. [2000]. Ao mesmo tempo, este artigo inclui um novo modelo matemático, que minimiza a repulsão global dos habitantes da região, tendo em vista as preocupações ambientais que tornam algumas áreas não adequadas para a localização da instalação. Nesse trabalho são abordados instalações que não são prejudiciais à população, porém, ainda assim são consideradas desagradáveis. Cappanera et al. [2003] abordaram o problema de localizar simultaneamente instalações indesejadas e encaminhar materiais desagradáveis entre um conjunto de áreas construídas. Foram propostas duas heurísticas, derivadas de uma relaxação lagrangeana, em que a relaxação permite dividir o problema em dois subproblemas: um problema de roteamento e outro de localização. Rakas et al. [2004] abordam

uma modelagem multiobjetivo com critérios técnicos de eliminação, para determinar a localização de instalações indesejadas nos Estados Unidos. Os critérios abordados são: habitação existente, planícies aluviais e zonas úmidas, aeroportos restritos, parques, áreas críticas da Baía de Chesapeake, bacias hidrográficas de reservatórios de água potável, locais históricos, recursos e distritos, áreas de utilização sensível e habitável/ áreas de plantas únicas de estado crítico ou preocupação do município.

De acordo com Chiang e Lin [2017], a maioria das pesquisas sobre a localização de instalações indesejadas concentrou-se na dispersão das instalações, sem considerar as interações entre instalações e clientes (ou outras instalações existentes e centros populacionais). No entanto, os modelos podem fugir da realidade, ao ignorarem os efeitos de instalações indesejadas em centros populacionais ou próximos a clientes.

A variante do  $p$ -PLII usada neste trabalho, em que um número fixo de instalações são selecionadas e a soma das distâncias dos clientes à instalação mais próxima é maximizada, foi proposta por Labbé et al. [2001]. Para a solução deste problema, Labbé et al. [2001] propõem um método *branch-and-cut* e um conjunto de desigualdades válidas para o problema. Após isso, compararam com o solver CPLEX. Porém, os autores só obtiveram resultados satisfatórios para resolver instâncias de pequena dimensão, com quantidade de clientes  $n$  até 75. Belotti et al. [2007] também propuseram um método *branch-and-cut* para resolver o  $p$ -PLII com um modelo de otimização linear binária, usando uma metaheurística de busca tabu para os valores de entrada no solver. Contudo, só conseguiram tempo satisfatório para resolver instâncias de média dimensão, nas quais  $p$  corresponde a  $1/4$  do número de clientes. Chiang e Lin [2017] também propuseram um método *branch-and-cut* para resolver o problema e criaram um novo modelo mais compacto para o problema, mas também só obtiveram resultados satisfatórios para instâncias de média dimensão, com até 200 clientes e 200 locais candidatos para escolher até 20 instalações.

Drezner et al. [2018a] desenvolveram um método exato baseado no problema de Weber, que leva em consideração a distância mínima entre uma instalação e um cliente. O intuito era minimizar o somatório das distâncias. Porém, cada instalação deve estar localizada a uma distância mínima dos clientes, pois as mesmas são indesejadas se muito próximas. Os resultados do método proposto nesse trabalho só foram satisfatórios para instâncias com um número reduzido de instalações a serem abertas.

Colmenar et al. [2016] abordaram o problema usando um método heurístico baseado na metaheurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*). No método proposto, foi desenvolvido uma técnica de construção de soluções a serem instaladas baseada no benefício de cada instalação. O algoritmo atingiu bons resultados em tempo hábil para a maioria das instâncias, sendo, no entanto, superado por métodos exatos em instâncias em que o número de  $p$  instalações é reduzido e a quantidade de clientes e locais é elevada. Drezner et al. [2018b] propuseram uma formulação matemática de duas variantes do problema e desenvolveram um algoritmo baseado no diagrama de Voronoy. Além disso, compararam a solução proposta com a encontrada por *solvers* comerciais, usando o CPLEX para resolver um problema de localização de facilidades no plano. Porém, assim como os outros modelos matemáticos, só conseguiram resultados eficientes para um número significativamente pequeno de instalações.

Em um trabalho mais recente, Colmenar et al. [2018] abordam um problema multiobjetivo, no qual, além de considerar que as instalações fiquem o mais afastado possível dos clientes, consideram que as instalações devam se localizar dispersas entre si. O trabalho propõe, para a solução do problema, um Algoritmo Memético Multi-Objetivo (MOMA), que inclui mecanismos de cruzamento e mutação, bem como estudaram a solução usando os algoritmos NSGA-II e SPEA2.

Lin e Guan [2018] desenvolveram um algoritmo baseado na metaheurística *Particle Swarm Optimization* para o problema  $p$ -PLII. Nesse trabalho, foram criados mecanismos de mutação baseados na metaheurística Busca Tabu de curto prazo e, além disso, foi usada uma implementação de GRASP para intensificar a busca por meio de um mecanismo de inserção e remoção. Os resultados obtidos foram equivalentes aos anteriores apresentados na literatura, porém, com o valor médio um pouco melhor. Herrán et al. [2018] propuseram um algoritmo baseado em *Variable Neighborhood Search*, usando estratégias de busca local mais rápidas, e utilizaram critérios para o controle do grau de perturbação, ligado à quantidade  $p$  de instalações. A construção de soluções foi baseada na técnica proposta por Colmenar et al. [2016]. O algoritmo proposto foi paralelizado e o problema foi resolvido para um conjunto de instâncias distintas e demonstraram, através de análises estatísticas, que a implementação proposta de VNS é superior aos demais trabalhos no estado da arte. Lancuna et al. [2019] apresentaram um algoritmo híbrido meta-heurístico para a solução do  $p$ -PLII que combina as técnicas GRASP e ILS. O algoritmo foi testado para um conjunto de instâncias da literatura e demonstrou desempenho equivalente aos demais algoritmos da literatura. Mladenović et al. [2019] apresentaram uma implementação de VNS que explora uma vizinhança de intercâmbio, além da técnica de *Less is more approach*, para tratar o  $p$ -PLII.

### 3. Descrição do Problema

O Problema de Localização de  $p$  Instalações Indesejadas ( $p$ -PLII) consiste em selecionar um subconjunto de  $p$  instalações de um determinado conjunto  $J$  de possíveis localizações, de forma que a soma da distância de todos os clientes até a instalação mais próxima seja maximizada. Note que o objetivo do problema é encontrar  $p$  locais que mantenham os clientes o mais afastados possível das instalações.

Considere  $I$  como sendo o conjunto de clientes, de modo que  $|I| = m$  é a quantidade de clientes. Seja  $J$  o conjunto de instalações candidatas, em que  $|J| = n$  é a quantidade de instalações candidatas. Uma solução para o problema pode ser representada pelo conjunto de instalações abertas denotado por  $S$ . A distância entre o cliente  $i \in I$  e a instalação candidata  $j \in J$  é representada por  $d_{ij}$ .

Um modelo matemático compacto para representar o problema, apresentado por Colmenar et al. [2016], é dado por:

$$\max \sum_{i \in I} \min \{d_{ij} : j \in S\} \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } S \subseteq J, |S| = p \quad (2)$$

A função (1) representa a função objetivo do problema, que busca maximizar o somatório das distâncias mínimas entre todos os clientes até as instalações pertencentes ao conjunto  $S$  das instalações abertas. As restrições (2) indicam que o conjunto  $S$  das instalações abertas deve estar contido no conjunto  $J$  das instalações candidatas e ter cardinalidade igual a  $p$ , garantindo que sejam abertas apenas as instalações necessárias.

### 4. Metodologia

Nessa seção apresentamos como a solução foi representada, quais foram os movimentos utilizados, a função de avaliação, como o algoritmo gera uma solução inicial e, por fim, descrevemos o pseudocódigo do algoritmo.

#### 4.1. Representação da Solução

A solução  $x$  é representada através de um vetor binário, em que o valor 1 em uma dada posição representa uma instalação ativa e o valor 0 representa uma instalação inativa. O vetor de solução sempre terá dimensão  $n$ , ou seja, a quantidade de instalações candidatas.

Um exemplo para uma solução  $x$  com  $p = 3$  instalações abertas e  $n = 6$  instalações candidatas é dado por:

$$x = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1]$$

em que as posições 3, 5 e 6 representam as instalações abertas e as demais posições representam as instalações inativas.

#### 4.2. Movimento de Exploração

O movimento de exploração do espaço de busca de soluções é dado pela vizinhança de troca. A troca é feita dois a dois, fechando uma instalação aberta, substituindo uma posição com valor igual a 1 por um valor igual a 0, e abrindo uma que esteja fechada, alterando uma posição de valor 0 pelo valor 1.

Por exemplo, considere a solução  $x^1$ , em que a instalação 1 está fechada e a instalação 3 aberta:

$$x^1 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1].$$

Então, após uma troca, a instalação 1 tornou-se aberta e a instalação 3 tornou-se fechada. Assim, a solução resultante após esta troca será a solução:

$$x^2 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1].$$

#### 4.3. Função de Avaliação

A função de avaliação está apresentada pela própria função objetivo do problema, ou seja:

$$f_{ava} = \sum_{i \in I} \min\{d_{ij} : j \in S\} \quad (3)$$

Nesta expressão,  $S$  representa o conjunto de instalações abertas, associado a um vetor  $x$  binário de solução, conforme descrito na Seção 4.1. Para cada cliente  $i$ , é verificada a distância à facilidade  $j$  aberta mais próxima. Esse valor é somado para todos os clientes para se obter a soma das distâncias.

#### 4.4. Geração da Solução Inicial

Para encontrar uma maneira mais rápida e eficiente de se gerar uma boa solução inicial, foi explorada a técnica de inserção mais barata para construir a solução inicial do algoritmo. Esta técnica foi adaptada ao problema tratado, de maneira que, primeiramente, ordenam-se as instalações, de acordo com a soma da distância de cada instalação para um cliente. Após isso, seleciona-se a instalação mais distante para compor a solução. Em seguida, é verificada qual instalação candidata  $j$  fornece maior benefício (menor prejuízo) à função objetivo da solução parcial em construção. Esse procedimento é feito até que se complete a solução com as  $p$  instalações necessárias.



---

**Algoritmo 1:** Algoritmo ILS Adaptado

---

```
Entrada:  $J, p, Perturba\_Max$ 
Saída :  $S^*$ 
1  $S \leftarrow \emptyset$ 
2  $S^* \leftarrow \emptyset$ 
3  $r \leftarrow SeleccionaInstalacaoMaisDistante(J)$ 
4  $S \leftarrow S \cup \{r\}$ 
5  $J \leftarrow J \setminus \{r\}$ 
6 para  $j = 1 \rightarrow p - 1$  faça
7    $r \leftarrow SeleccionaCandidatoQueCausaMaiorBeneficio(J)$ 
8    $S \leftarrow S \cup \{r\}$ 
9    $J \leftarrow J \setminus \{r\}$ 
10 fim
11  $S \leftarrow BuscaLocal(S)$ 
12  $Nivel\_Perturba \leftarrow 1$ 
13 enquanto  $Nivel\_Perturba < Perturba\_Max$  faça
14    $S' \leftarrow Perturba(S)$ 
15    $S'' \leftarrow BuscaLocal(S')$ 
16   se  $f_{ava}(S'') > f_{ava}(S^*)$  então
17      $S^* \leftarrow S''$ 
18      $S \leftarrow S^*$ 
19      $Nivel\_Perturba \leftarrow 1$ 
20   fim
21   senão
22      $Nivel\_Perturba \leftarrow Nivel\_Perturba + 1$ 
23   fim
24 fim
25 retorna  $S^*$ 
```

---

#### 4.5. Algoritmo ILS Adaptado

Foi proposta uma construção gulosa pelo método de inserção mais barata, de modo que apenas uma só construção já é suficiente para se obter uma solução inicial de qualidade. Além disso, a técnica analisa a vizinhança das instalações para tornar uma instalação ativa no conjunto de solução. Já na segunda fase do algoritmo é realizada a busca local usando a metaheurística *Iterated Local Search* (ILS), e a heurística de busca local de primeira solução de melhora. Ou seja, o algoritmo realiza os movimentos de troca na vizinhança da solução corrente até que a primeira melhoria na função objetivo ocorra. Com isso, a solução corrente e a melhor solução são atualizadas. O algoritmo repete este processo até encontrar um ótimo local, realizando uma descida completa. Quando o algoritmo fica preso em um ótimo local, é realizada uma perturbação, que vai sendo incrementada em diferentes níveis, conforme a dificuldade de se encontrar outro ótimo local, melhor que o anterior. O nível de perturbação é igual à quantidade de trocas realizadas pelo algoritmo. O Algoritmo 1 representa o algoritmo resultante da união da fase construtiva por inserção mais barata e o refinamento usando ILS.

Nas linhas 1 e 2, inicializa-se o vetor que armazena a solução  $S$  e o vetor que armazena a melhor solução  $S^*$  como um conjunto vazio. Na linha 3, o elemento  $r$  recebe a primeira instalação selecionada, obtida através da função *SeleccionaInstalacaoMaisDistante*( $J$ ), que seleciona a instalação em  $J$  cuja soma das distâncias até todos os clientes é a maior dentre as instalações de  $J$ . Nas linhas 4 e 5, esta primeira instalação é retirada do conjunto  $J$  de candidatas e inserida no conjunto  $S$  de solução parcial. A partir da linha 6 até a linha 10, é realizada a estrutura de repetição, que insere as instalações candidatas que causam maior benefício à função objetivo, retirando as mesmas do conjunto das candidatas, até que se complete as  $p$  instalações necessárias para o problema. Neste trecho do algoritmo, a função *SeleccionaCandidatoQueCausaMaiorBeneficio*( $J$ ), na linha 7, seleciona uma instalação no conjunto das instalações candidatas que, ao ser inserida na solução,

fornece o melhor valor para a função objetivo, dentre as instalações candidatas. Após este procedimento construtivo, o algoritmo parte para a fase de refinamento. Na linha 11, aplica-se uma busca local nessa solução que foi recebida. Na linha 12, inicia-se o nível de perturbação com o valor de um. Em seguida, inicia-se a estrutura de repetição do ILS, delimitada pelo nível máximo de perturbação (linha 13). Esta estrutura consiste em aplicar uma perturbação na solução corrente (linha 14). Em seguida, aplica-se uma busca local na solução perturbada (linha 15), a fim de se obter um ótimo local. Logo após, é verificado se a solução obtida através desta busca local é melhor do que a melhor solução encontrada anteriormente (linhas 16–24). Caso seja melhor, o vetor de soluções e o vetor que armazena a melhor solução recebem esta solução e o nível de perturbação retorna para o valor de um. Caso contrário, incrementa-se o nível de perturbação. Esse procedimento é realizado até que o nível de perturbação máximo seja atingido. Ao final, a melhor solução é retornada.

### 5. Resultados Computacionais

Para analisar os resultados, primeiramente verifica-se a normalidade das 30 execuções de cada instância, por meio do teste de Shapiro [Shapiro e Wilk, 1965]. Após isso, foi realizado um teste estatístico para verificar se o melhor resultado de cada instância diverge da média do conjunto de resultados. Como a distribuição não apresentou normalidade, foi utilizado o teste de Wilcoxon [Wilcoxon, 1992]. Este teste mostrou que os melhores resultados não divergem da média das execuções, confirmando, assim, que é possível utilizar os melhores resultados das execuções como representante dos resultados daquela instância. Finalmente, os melhores resultados de cada instância foram comparados com os melhores resultados da literatura.

Para a realização dos experimentos foram utilizadas instâncias criadas por Belotti et al. [2007], que transformaram as instâncias clássicas para o problemas de  $p$ -medianas em instâncias para o problema de localização de instalações indesejadas. O procedimento de transformação foi apresentado em Belotti et al. [2007]. O conjunto de instâncias executadas para esse algoritmo compreendem matrizes quadradas de dimensão 200, 250, 300, 350, 400 e 450, com  $p$  instalações proporcionais a  $p = n/2$  (consideradas difíceis),  $p = n/4$  (dificuldade média) e  $p = n/8$  (fáceis). Foram executados os dois conjuntos de instâncias disponibilizados por Colmenar et al. [2016] para cada  $p$  (conjuntos de instâncias A e B), totalizando 144 instâncias. O algoritmo proposto foi desenvolvido na linguagem C++. Todos os experimentos foram executados no cluster do CEFET-MG, em um computador com processador Intel Xeon E5506 @ 2.13 GHz, com 32 GB de memória RAM e sistema operacional CentOS 6.6 64 bits.

O parâmetro utilizado pelo algoritmo foi nível máximo de perturbação  $Perturba\_Max$  igual a 10 e foi gerada somente uma solução inicial gulosa por meio da técnica de inserção mais barata.

A Tabelas 1 e 2 apresentam a comparação entre os resultados obtidos pela aplicação do algoritmo proposto com as melhores soluções encontradas pelos algoritmos heurísticos GRASP (1000), B&C + XTS, XTS e VNS, conforme apresentado e disponibilizado por Herrán et al. [2018] e Mladenović et al. [2019]. Foi calculado o desvio percentual ( $gap$ ) entre os resultados encontrados e os melhores resultados da literatura para esse conjunto de instâncias. Considera-se Mladenović et al. [2019] como o trabalho mais recente para o conjunto de instâncias. Os melhores resultados da literatura serão referenciados como  $BKS$ . O cálculo dos valores percentuais de  $gap$  é dado por:

$$gap\% = \left( \frac{F(BKS) - F(ILS)}{F(BKS)} \right) \times 100 \quad (4)$$

em que  $F(BKS)$  representa o valor da melhor solução da literatura e  $F(ILS)$  representa o valor da solução obtida pela heurística proposta.



Tabela 1: Comparação dos Resultados - ILS (A)

Instâncias	BKS	ILS				Instâncias	BKS	ILS			
		Melhor	Média	Tempo	gap%			Melhor	Média	Tempo	gap%
pmed17-p100.A	4054	4054	4050,0	388	0,000	pmed29-p150.A	4141	4131	4112,9	1825	0,241
pmed17-p25.A	7317	7317	7315,4	84	0,000	pmed29-p37.A	7404	7404	7377,1	1767	0,000
pmed17-p50.A	5411	5411	5400,2	262	0,000	pmed29-p75.A	5880	5880	5858,3	2116	0,000
pmed18-p100.A	4220	4220	4217,6	218	0,000	pmed30-p150.A	4385	4385	4370,2	1965	0,000
pmed18-p25.A	7432	7432	7432,0	108	0,000	pmed30-p37.A	7704	7704	7704,0	449	0,000
pmed18-p50.A	5746	5746	5738,7	287	0,000	pmed30-p75.A	6189	6189	6176,2	2128	0,000
pmed19-p100.A	4033	4033	4015,0	274	0,000	<b>pmed31-p175.A</b>	<b>4135</b>	<b>4136</b>	<b>4112,3</b>	<b>2859</b>	<b>-0,024</b>
pmed19-p25.A	7020	7020	7020,0	116	0,000	pmed31-p43.A	7424	7424	7421,0	1087	0,000
pmed19-p50.A	5387	5386	5350,3	326	0,019	pmed31-p87.A	5905	5905	5898,6	3488	0,000
pmed20-p100.A	4063	4062	4059,0	254	0,025	pmed32-p175.A	4242	4240	4190,3	11632	0,047
pmed20-p25.A	7648	7648	7648,0	171	0,000	pmed32-p43.A	7794	7794	7764,7	2836	0,000
pmed20-p50.A	5872	5872	5860,8	333	0,000	pmed32-p87.A	5925	5905	5901,7	1470	0,338
pmed21-p125.A	4155	4155	4144,7	1279	0,000	pmed33-p175.A	4105	4096	4067,8	4602	0,219
pmed21-p31.A	7304	7304	7304,0	233	0,000	pmed33-p43.A	7598	7598	7596,6	1714	0,000
pmed21-p62.A	5784	5784	5778,4	711	0,000	pmed33-p87.A	5793	5790	5749,0	3265	0,052
pmed22-p125.A	4358	4358	4339,5	710	0,000	pmed34-p175.A	4287	4286	4275,0	4636	0,023
pmed22-p31.A	7900	7900	7894,7	404	0,000	pmed34-p43.A	7725	7725	7702,0	2412	0,000
pmed22-p62.A	5995	5995	5993,2	744	0,000	pmed34-p87.A	5849	5842	5831,2	3129	0,120
pmed23-p125.A	4114	4108	4095,5	1180	0,146	pmed35-p100.A	5845	5845	5837,2	5499	0,000
pmed23-p31.A	7841	7841	7840,7	598	0,000	pmed35-p200.A	4007	3992	3965,9	13498	0,374
pmed23-p62.A	5785	5785	5782,0	831	0,000	pmed35-p50.A	7155	7155	7141,8	2863	0,000
pmed24-p125.A	4091	4091	4078,6	1433	0,000	pmed36-p100.A	6461	6461	6454,4	2671	0,000
pmed24-p31.A	7425	7425	7422,4	330	0,000	pmed36-p200.A	4319	4318	4308,0	4900	0,023
pmed24-p62.A	5528	5528	5515,4	1667	0,000	pmed36-p50.A	8179	8173	8173,0	1871	0,073
pmed25-p125.A	4155	4155	4123,8	1580	0,000	pmed37-p100.A	6203	6203	6154,2	7055	0,000
pmed25-p31.A	7552	7552	7549,0	413	0,000	pmed37-p200.A	4593	4587	4574,1	7507	0,131
pmed25-p62.A	5767	5767	5765,6	476	0,000	pmed37-p50.A	7830	7830	7814,7	2575	0,000
pmed26-p150.A	4341	4334	4322,8	2613	0,161	pmed38-p112.A	5915	5909	5907,1	7763	0,101
pmed26-p37.A	8112	8112	8110,5	577	0,000	pmed38-p225.A	4428	4425	4412,1	8786	0,068
pmed26-p75.A	5789	5789	5777,9	2012	0,000	pmed38-p56.A	7432	7432	7420,6	7295	0,000
pmed27-p150.A	4062	4062	4047,2	5056	0,000	pmed39-p112.A	5935	5935	5930,8	11682	0,000
pmed27-p37.A	7556	7556	7548,9	1141	0,000	pmed39-p225.A	4369	4363	4345,8	6628	0,137
pmed27-p75.A	5668	5668	5650,3	3236	0,000	pmed39-p56.A	7712	7712	7711,4	1297	0,000
pmed28-p150.A	4099	4099	4074,3	3040	0,000	pmed40-p112.A	6272	6272	6262,4	11085	0,000
pmed28-p37.A	7366	7366	7359,1	718	0,000	pmed40-p225.A	4571	4555	4536,5	19907	0,350
pmed28-p75.A	5681	5667	5653,6	1958	0,246	pmed40-p56.A	8211	8211	8197,0	1148	0,000

Nas Tabelas 1 e 2, as colunas “Instâncias” informam o nome das instâncias que foram executadas. As colunas “BKS” apresentam os melhores resultados da literatura para as instâncias. Já nas demais colunas são exibidos os resultados do algoritmo proposto na seguinte ordem: melhor resultado encontrado, média entre as 30 execuções, tempo computacional do melhor resultado, *gap* percentual entre o melhor resultado do algoritmo proposto e o melhor da literatura. É importante ressaltar que valor de  $gap\% = 0$  representa que o algoritmo proposto encontrou o mesmo resultado da literatura. Valores de *gap* negativos indicam que o algoritmo proposto superou o resultado da literatura. Já os valores de *gap* positivos indicam que o algoritmo proposto foi superado pelos resultados da literatura.

Os resultados mostram que a heurística apresentada encontrou boas soluções, quando comparada aos principais algoritmos da literatura. Uma evidência disso é que, para as 144 instâncias que foram testadas, o algoritmo encontrou os mesmos resultados da literatura em 100 delas e um valor de *gap*% baixo naquelas em que não foi possível igualar a literatura. O valor de *gap*% foi inferior a 0,4% em relação às melhores soluções encontradas pela literatura. Além disso, o algoritmo conseguiu explorar uma nova solução para a instância pmed31-p175.A, na qual superou os

Tabela 2: Comparação dos Resultados - ILS (B)

Instâncias	BKS	ILS				Instâncias	BKS	ILS			
		Melhor	Média	Tempo	gap%			Melhor	Média	Tempo	gap%
pmed17-p100.B	3992	3992	3988,0	232	0,000	pmed29-p150.B	4157	4155	4132,2	5666	0,048
pmed17-p25.B	6905	6905	6897,8	209	0,000	pmed29-p37.B	7529	7529	7523,8	392	0,000
pmed17-p50.B	5563	5563	5549,7	266	0,000	pmed29-p75.B	5709	5709	5703,6	994	0,000
pmed18-p100.B	4122	4122	4107,6	984	0,000	pmed30-p150.B	4313	4312	4298,0	2272	0,023
pmed18-p25.B	7662	7662	7662,0	119	0,000	pmed30-p37.B	8048	8048	8046,5	921	0,000
pmed18-p50.B	5852	5852	5852,0	145	0,000	pmed30-p75.B	6041	6041	6023,6	2028	0,000
pmed19-p100.B	4016	4016	3987,0	484	0,000	pmed31-p175.B	4138	4130	4118,9	3800	0,193
pmed19-p25.B	6816	6816	6816,0	244	0,000	pmed31-p43.B	7320	7320	7312,7	1481	0,000
pmed19-p50.B	5423	5423	5421,6	245	0,000	pmed31-p87.B	5621	5617	5588,2	7253	0,071
pmed20-p100.B	4067	4067	4045,3	657	0,000	pmed32-p175.B	4244	4241	4227,4	4357	0,071
pmed20-p25.B	7349	7349	7349,0	138	0,000	pmed32-p43.B	7899	7899	7896,5	1523	0,000
pmed20-p50.B	5665	5665	5633,1	196	0,000	pmed32-p87.B	5852	5843	5809,1	2403	0,154
pmed21-p125.B	4033	4033	4010,8	959	0,000	pmed33-p175.B	4156	4145	4121,6	6044	0,265
pmed21-p31.B	7331	7331	7331,0	361	0,000	pmed33-p43.B	7611	7611	7609,3	892	0,000
pmed21-p62.B	5870	5870	5858,9	1245	0,000	pmed33-p87.B	5840	5839	5818,8	1986	0,017
pmed22-p125.B	4338	4336	4329,9	761	0,046	pmed34-p175.B	4270	4270	4266,2	2362	0,000
pmed22-p31.B	7695	7695	7695,0	303	0,000	pmed34-p43.B	7514	7514	7496,7	1706	0,000
pmed22-p62.B	6259	6259	6259,0	412	0,000	pmed34-p87.B	5857	5857	5846,6	2823	0,000
pmed23-p125.B	4095	4095	4075,6	1946	0,000	pmed35-p100.B	5639	5625	5617,4	3580	0,248
pmed23-p31.B	7137	7137	7134,2	339	0,000	pmed35-p200.B	4109	4105	4087,1	9864	0,097
pmed23-p62.B	5724	5724	5709,7	631	0,000	pmed35-p50.B	7570	7570	7567,4	2744	0,000
pmed24-p125.B	4072	4072	4049,7	568	0,000	pmed36-p100.B	6219	6219	6189,0	5764	0,000
pmed24-p31.B	7190	7190	7183,0	318	0,000	pmed36-p200.B	4319	4319	4306,2	7105	0,000
pmed24-p62.B	5752	5752	5752,0	405	0,000	pmed36-p50.B	8144	8144	8126,0	1864	0,000
pmed25-p125.B	4233	4233	4227,7	948	0,000	pmed37-p100.B	6211	6208	6187,3	14317	0,048
pmed25-p31.B	7552	7552	7546,2	386	0,000	pmed37-p200.B	4609	4605	4586,1	8269	0,087
pmed25-p62.B	5692	5689	5677,9	792	0,053	pmed37-p50.B	8379	8379	8379,0	2210	0,000
pmed26-p150.B	4173	4162	4154,1	2709	0,264	pmed38-p112.B	5949	5949	5939,2	7237	0,000
pmed26-p37.B	7643	7643	7632,3	488	0,000	pmed38-p225.B	4446	4437	4415,9	20730	0,202
pmed26-p75.B	5923	5923	5915,6	1661	0,000	pmed38-p56.B	7535	7532	7531,6	2706	0,040
pmed27-p150.B	4144	4144	4130,7	3276	0,000	pmed39-p112.B	6198	6198	6183,7	5279	0,000
pmed27-p37.B	7448	7448	7445,3	473	0,000	pmed39-p225.B	4266	4262	4250,7	15331	0,094
pmed27-p75.B	5844	5844	5835,4	2311	0,000	pmed39-p56.B	7625	7611	7585,3	6770	0,184
pmed28-p150.B	4069	4069	4065,4	1492	0,000	pmed40-p112.B	6200	6200	6172,4	6934	0,000
pmed28-p37.B	7388	7388	7387,9	725	0,000	pmed40-p225.B	4525	4522	4487,8	14581	0,066
pmed28-p75.B	5642	5642	5634,5	1515	0,000	pmed40-p56.B	8022	8022	8018,5	2284	0,000

melhores resultados da literatura. Um fator desfavorável a este algoritmo é o tempo computacional, que foi superior aos demais da literatura. Porém, por se tratar de um problema de planejamento, o fator tempo computacional não é o principal aspecto a ser mensurado, uma vez que não faz muita diferença para um gestor se o algoritmo demora um minuto ou uma hora para ser executado, desde que o mesmo entregue uma solução de boa qualidade.

## 6. Conclusão e Trabalhos Futuros

Este trabalho teve seu foco no estudo do problema de localização de instalações indesejadas ( $p$ -PLII), que consiste em localizar  $p$  instalações de modo a maximizar o somatório das distâncias mínimas de cada cliente às instalações abertas. Foi proposto um algoritmo meta-heurístico ILS, tendo solução inicial por meio da técnica de inserção mais barata. O algoritmo foi testado em um conjunto de instâncias da literatura e os resultados foram comparados com os melhores encontrados na literatura para o problema.

Os resultados obtidos indicam que o algoritmo mostra-se tão eficiente quanto os melhores algoritmos da literatura. Além disso, o algoritmo proposto é de fácil reprodução e adaptação para aplicações reais. A comparação percentual dos algoritmos também indica equivalência, pois a maior

diferença de  $gap\%$  foi de 0,4% com os resultados da literatura.

Apesar do tempo computacional ser um pouco maior do que os demais algoritmos da literatura, a facilidade de implementação e reprodução das técnicas utilizadas são pontos significativamente positivos, uma vez que, em um caso de aplicação real, a adaptação do código não será um empecilho para a utilização do método.

Como trabalhos futuros, apontam-se: (i) implementar um método de solução exata, que consiga partir da solução inicial oriunda desta heurística; (ii) executar a calibração dos parâmetros; (iii) desenvolver um modelo específico para alguma instalação com suas respectivas restrições e particularidades.

### Referências

- Batta, R. e Chiu, S. S. (1988). Optimal obnoxious paths on a network: transportation of hazardous materials. *Operations Research*, 36(1):84–92.
- Belotti, P., Labbé, M., Maffioli, F., e Ndiaye, M. M. (2007). A branch-and-cut method for the obnoxious p-median problem. *4OR*, 5(4):299–314.
- Cappanera, P., Gallo, G., e Maffioli, F. (2003). Discrete facility location and routing of obnoxious activities. *Discrete Applied Mathematics*, 133(1-3):3–28.
- Cheng, Y., Han, Q., Yu, W., e Zhang, G. (2019). Strategy-proof mechanisms for obnoxious facility game with bounded service range. *Journal of Combinatorial Optimization*, 37(2):737–755.
- Chiang, Y.-I. e Lin, C.-C. (2017). Compact model for the obnoxious p-median problem. *American Journal of Operations Research*, 7(06):348.
- Church, R. L. e Garfinkel, R. S. (1978). Locating an obnoxious facility on a network. *Transportation science*, 12(2):107–118.
- Colmenar, J. M., Greistorfer, P., Martí, R., e Duarte, A. (2016). Advanced greedy randomized adaptive search procedure for the obnoxious p-median problem. *European Journal of Operational Research*, 252(2):432–442.
- Colmenar, J. M., Martí, R., e Duarte, A. (2018). Multi-objective memetic optimization for the bi-objective obnoxious p-median problem. *Knowledge-Based Systems*, 144:88–101.
- de Freitas, C. M., Barcellos, C., Asmus, C. I. R. F., da Silva, M. A., e Xavier, D. R. (2019). Da Samarco em Mariana à Vale em Brumadinho: desastres em barragens de mineração e saúde coletiva. *Cadernos de Saúde Pública*, 35:e00052519.
- Demesouka, O., Vavatsikos, A., e Anagnostopoulos, K. (2014). Gis-based multicriteria municipal solid waste landfill suitability analysis: A review of the methodologies performed and criteria implemented. *Waste Management & Research*, 32(4):270–296.
- Drezner, T., Drezner, Z., e Schöbel, A. (2018a). The weber obnoxious facility location model: A big arc small arc approach. *Computers & Operations Research*, 98:240–250.
- Drezner, Z., Kalczyński, P., e Salhi, S. (2018b). The planar multiple obnoxious facilities location problem: A Voronoi based heuristic. *Omega*.
- Eiselt, H. A. e Marianov, V. (2015). Location modeling for municipal solid waste facilities. *Computers & Operations Research*, 62:305–315.

- Fernández, J., Fernández, P., e Pelegrin, B. (2000). A continuous location model for siting a non-noxious undesirable facility within a geographical region. *European Journal of Operational Research*, 121(2):259–274.
- Goldman, A. e Dearing, P. M. (1975). Concepts of optimal location for partially noxious facilities. *ORSA Bulletin*, 23(1).
- Gopalan, R., Kolluri, K. S., Batta, R., e Karwan, M. H. (1990). Modeling equity of risk in the transportation of hazardous materials. *Operations Research*, 38(6):961–973.
- Herrán, A., Colmenar, J. M., Martí, R., e Duarte, A. (2018). A parallel variable neighborhood search approach for the obnoxious p-median problem. *International Transactions in Operational Research*.
- Hosseini, S. e Esfahani, A. M. (2009). Obnoxious facility location. In *Facility Location*, p. 315–345. Springer.
- Labbé, M., Maffioli, F., Ndiaye, M., e Belotti, P. (2001). Obnoxious p-median problems: valid inequalities and a branch-and-cut approach. *The OR Peripatetic Post-Graduate Programme*, p. 26–29.
- Lancuna, W., Martins de Sá, E., e de Souza, S. R. (2019). Heurística híbrida grasp/ils para o problema localização de  $p$  instalações indesejadas. *LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Lin, G. e Guan, J. (2018). A hybrid binary particle swarm optimization for the obnoxious p-median problem. *Information Sciences*, 425:1–17.
- Lourenço, H. R., Martin, O. C., e Stützle, T. (2003). Iterated local search. In *Handbook of Metaheuristics*, p. 320–353. Springer.
- Melachrinoudis, E., Min, H., e Wu, X. (1995). A multiobjective model for the dynamic location of landfills. *Location Science*, 3(3):143–166.
- Mladenović, N., Alkandari, A., Pei, J., Todosijević, R., e Pardalos, P. M. (2019). Less is more approach: basic variable neighborhood search for the obnoxious p-median problem. *International Transactions in Operational Research*.
- Rakas, J., Teodorović, D., e Kim, T. (2004). Multi-objective modeling for determining location of undesirable facilities. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 9(2):125–138.
- Shapiro, S. S. e Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 52(3/4):591–611.
- Tamir, A. (1991). Obnoxious facility location on graphs. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 4(4):550–567.
- Wilcoxon, F. (1992). Individual comparisons by ranking methods. In *Breakthroughs in statistics*, p. 196–202. Springer.