

## О принципе эквивалентности решений уравнения гравитационного поля и однородного поля инерции

В.Б. Морозов

*Метрика однородно ускоренной системы, найденной Гарри Лассом, является решением уравнения Эйнштейна. Метрика изотропного однородного поля должна удовлетворять новому уравнению гравитационного поля.*

### 1. Введение

А. Эйнштейн в 1907 году [1] сформулировал принцип эквивалентности. Дословно: «Это предположение распространяет принцип относительности на случай равномерно ускоренного прямолинейного движения системы отсчета. Эвристическая ценность этого предположения состоит в том, что оно позволяет заменить однородное поле тяжести равномерно ускоренной системой отсчета, которая до известной степени поддается теоретическому рассмотрению.»

Далее Эйнштейн находит соотношение между собственным временем ускоренной системы и временем инерционной системы

$$d\tau = \left(1 - \frac{\varphi}{c^2}\right) dt. \quad (1)$$

здесь потенциал  $\varphi = -gx$ , где  $g$  в свою очередь ускорение. Из соображений симметрии Эйнштейн получает в той же работе [1] точное соотношение для этих времен

$$d\tau = \exp\left(\frac{gx}{c^2}\right) dt. \quad (2)$$

Казалось бы, для проверки принципа эквивалентности в рамках общей теории относительности достаточно сравнить гравитационное поле однородное поле и однородное поле инерции путем сравнения их метрик. Именно это попытался сделать В.А. Фок [2]. Однако в качестве однородного гравитационного поле с потенциалом  $\varphi$  Фок выбрал приближенное решение уравнения Эйнштейна выражению [2] с метрикой

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\varphi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (3)$$

В качестве поля инерции была использована система отсчета Меллера [3]

$$ds^2 = \left(1 + \frac{gx}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (4)$$

Однако ни та, ни другая метрика не являются однородными. Более того, метрика (3) имеет ненулевой тензор Римана, в то время как метрика (4) описывает плоское пространство.

Таким образом, рассуждения Фока оказались неубедительны. Тем не менее эта точка зрения получила распространение. Обычно приводится, казалось бы, неотразимый

аргумент – движение тел в псевдоевклидовом пространстве описывается специальной теорией относительности, следовательно, система отсчета, связанная с этими телами плоская. Это утверждение соответствует наши интуитивным представлениям о движении, и не более того.

Так или иначе, работа Фока породила сомнения и дискуссии. Наибольшую известность получила дискуссия между А.А. Логуновым с соавторами с одной стороны и В.Л. Гинзбургом с Ю.Н. Ерошенко с другой [4, 5 и 6]. Решался вопрос об излучении ускоренного заряда. При этом Гинзбург-Ерошенко рассматривали заряд в системе Меллера, которая в пределе малых масштабов асимптотически однородна. Поэтому их вывод об отсутствии излучения заряда в однородно ускоренной системе (4) можно считать верным.

## 2. Решение Гарри Ласса

Между тем, одномерная однородная ускоренная система была описана математиком Гарри Лассом еще 1963 году [7, 8]. Причем поводом для решения этой задачи послужил эйнштейновский парадокс часов (близнецов).

Исходя из инвариантности скорости света Ласс выводит сначала преобразование Лоренца-Эйнштейна (преобразование между двумя инерциальными системами), затем преобразование инерциальной и неинерциальной (однородной) системами отсчета. Имеет смысл привести здесь это преобразование и метрику однородной системы

$$x = c^2/g[e^{gX/c^2} \cosh(gT/c) - 1] \quad (6)$$

и

$$t = (c/g) e^{gX/c^2} \sinh(gT/c).$$

Следует отметить, что

$$x \approx X + \frac{1}{2}gT^2$$

для  $\frac{gT}{c} \ll 1$ ,  $\frac{gX}{c^2} \ll 1$ ,  $t \approx T$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{dx}{dt} \right)_{X=c0nst.} = c.$$

Из уравнения (6) следует, что

$$\begin{aligned} ds^2 &= c^2t^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = e^{\frac{2gX}{c^2}} [c^2T^2 - dX^2] - dY^2 - dZ^2 \\ &= g_{\alpha\beta}(X)dX^\alpha dX^\beta \end{aligned} \quad (7)$$

и  $y = Y, z = Z$ . В начале ускорения система отсчета, точное время задается  $ds/c = dT$ , но в общем случае, оно дается выражением  $ds/c = e^{gX/c^2} dT$ , что показывает, что скорость хода часов – функция положения часов.

Необходимо заметить, что последнее соотношение Ласса, связывающее время в ускоренной системе со временем в инерциальной системе в точности совпадает с эйнштейновским (2).

Метрика Ласса действительно однородна, поскольку ускорение этой системы

$$\frac{d^2 X}{dT^2} = c^2 \Gamma_{00}^1 = g = const. \quad (8)$$

Метрика однородно ускоренной системы Ласса удовлетворяет уравнению Эйнштейна для пустого пространства  $G_{ik} = 0$ . Из этого следует, что метрика неинерциальной однородной системы эквивалентна некой метрике общей теории относительности, которую мы должны считать метрикой однородного поля.

### 3. Изотропная однородная метрика

Метрика (7) анизотропна. Это не соответствует нашим представлениям о пространстве-времени. Можно использовать свободу при выборе компонент  $g_{yy}$  и  $g_{zz}$  метрического тензора Ласса. Это позволяет узнать, как будет выглядеть метрика изотропного и однородного поля [9], инерционного или гравитационного

$$ds^2 = e^{\frac{2gx}{c^2}} (c^2 t^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2). \quad (9)$$

Изотропность этой метрики также подтверждается равенством (8). Эта метрика не только изотропна, но и скорость света здесь инвариант см. рис. Замечательно, что в отличие от метрики Ласса (7) ее тензор Эйнштейна ненулевой. Используя пропорциональность тензора Эйнштейна тензору энергии-импульса можно вычислить тензор энергии-импульса однородного поля

$$\tau_{ik} = \frac{g_1^2}{8\pi G} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Важно, что плотность энергии поля  $\tau_{00}$ , в этом выражении, совпадает с плотностью гравитационного поля в ньютоновском пределе [10].

Однако это противоречит уравнению Эйнштейна.

Можно отказаться от уравнения Эйнштейна<sup>1</sup>. При этом, некоторые задачи можно решить не прибегая к уравнению гравитационного поля [11]. Новое решение гравитационного поля представлено в виде метрики:

$$ds^2 = \exp \frac{2h}{c^2} \eta_{ik} dx_i dx_k.$$

<sup>1</sup> При выводе уравнения Эйнштейна сделано допущение о малости энергии гравитационного поля ( см. [10] § 95. Уравнения Эйнштейна).

где  $\eta_{ik}$  – линейный элемент плоского пространства. Причем скалярный параметр  $h$  находится из ковариантного уравнения

$$\square h = -4\pi GT.$$

Альтернативное уравнение гравитационного поля [12] дает вполне удовлетворительные результаты, несмотря на то, что в области очень сильных полей решения отличаются от решений уравнения Эйнштейна.

### Литература

1. Einstein A. *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen*. Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektronik, 4, 411—462 (1907). [Эйнштейн А *О принципе относительности и его следствиях* Собрание научных трудов. Т.1. (М.; Наука, 1965) с. 65].
2. Фок В.А. *Теория пространства, времени и тяготения* (2-е изд.). М.: ГИФМЛ, 1961..
3. Møller C *Theory of Relativity* (Oxford University Press; 2nd edition, 1975). [Мёллер К *Теория относительности* (М.: Атомиздат 1975), ].
4. Гинзбург В Л, Ерошенко Ю Н *Еще раз о принципе эквивалентности УФН* **165** 205–211 (1995)
5. Логунов А А, Мествиришвили М А, Чугреев Ю В *О неправильных формулировках принципа эквивалентности УФН* **166** 81–88 (1996)
6. Гинзбург В Л, Ерошенко Ю Н *Комментарий к статье А.А. Логунова, М.А. Мествиришвили и Ю.В. Чугреева «О неправильных формулировках принципа эквивалентности» УФН* **166** 89–90 (1996)
7. Lass, H. *Accelerating Frames of Reference and the Clock Paradox*, American Journal of Physics, Vol. 31, pp. 274-276, 1963.
8. [Морозов В Б](#) *Комментарии к статье Гарри Ласса «Ускоренные системы отсчета и парадокс часов»*. Parana Journal of Science and Education (PJSE) – v.4, n.4, (1-6) 2018.
9. [Morozov V.B.](#) *Principle of equivalence and general theory of relativity*. Parana Journal of Science and Education (PJSE) v.3, n.3, (1-4), September 01, 2017.
10. Ландау, Л Д, Лифшиц, Е М *Теория поля*. М.: Наука, изд. 7 (1988) 512 [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* Vol. 2 (4th ed.). Butterworth–Heinemann (1975)].

11. Морозов В Б [Однородное пустое пространство имеет плотность суммы темной энергии и темной материи](#) Preprint, ResearchGate. May 2018. URL:
12. Морозов В Б *Новая версия общей теории относительности* Preprint, ResearchGate. January 2018. URL:  
[https://www.researchgate.net/publication/322406302\\_Novaa\\_versia\\_obsej\\_teorii\\_otnositelnosti](https://www.researchgate.net/publication/322406302_Novaa_versia_obsej_teorii_otnositelnosti)
13. Morozov V B *New version of the general theory of relativity (Initial principles. New gravitational field equation. New solutions)* ResearchGate. February 2018 URL:  
[https://www.researchgate.net/publication/318686171\\_New\\_version\\_of\\_the\\_general\\_theory\\_of\\_relativity\\_Initial\\_principles\\_New\\_gravitational\\_field\\_equation\\_New\\_solutions](https://www.researchgate.net/publication/318686171_New_version_of_the_general_theory_of_relativity_Initial_principles_New_gravitational_field_equation_New_solutions)

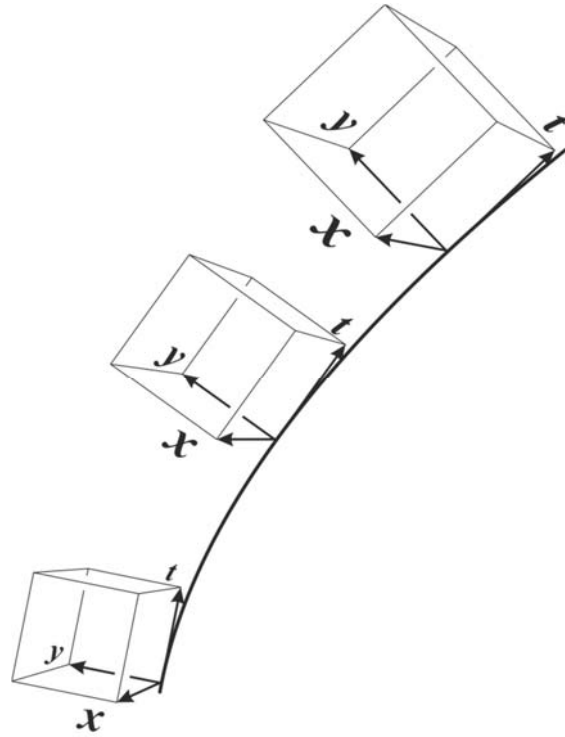


Рис. Изменение пространственно-временных масштабов вдоль геодезической однородного изотропного поля.