

変換物理学とカモフラージュ

雨宮 智宏^{†a)} 瀧 雅人^{††b)} 金澤 徹[†] 平谷 拓生[†]
 荒井 滋久[†]

Transformation Physics and Camouflage

Tomohiro AMEMIYA^{†a)}, Masato TAKI^{††b)}, Toru KANAZAWA[†], Takuo HIRATANI[†],
 and Shigehisa ARAI[†]

あらまし 2006年にScience誌から発表された光学迷彩の理論は、発表と同時に様々な物理現象に応用され、今や世界的な発展を遂げている。光、流体、音、そして熱、それぞれの迷彩を作り出す際に、理論の根幹を成すのは“重力を介した物理現象の置き換え”である。本論文では、それらを「変換物理学」と総称し、マイルストーンとなった論文を辿りながら、各種迷彩の設計理論に言及する。併せて、近年になって提案された、変換物理学の発展系ともいえる「非対称光学迷彩」についての解説も行う。

キーワード カモフラージュ, 重力, メタマテリアル

1. ま え が き

1972年、プリンストン高等研究所のラウンジでの午後のお茶会の最中、当時の素粒子物理学の世界的権威であったフリーマン・ダイソン博士はミシガン大学から来ていた若き数学者ヒュー・モンゴメリー博士と話をする機会を得た。数学者に全く興味のなかったダイソンだったが、モンゴメリーとはこのときが初対面ということもあり、社交辞令の意味も込めて、至極一般的な話でその場をつくろうことにした。

「モンゴメリーさんはどのような研究をなさっているのですか？」

科学者同士が時間を費やすには、鉄板の話題である。「ゼータ関数のゼロ点の間隔を調べております。最近の研究で、このような式になることが分かってきました。」

モンゴメリーはメモ用紙を取り出すと、おもむろに数式を書き始めた。

$$\left(\frac{\sin \pi u}{\pi u}\right)^2 \quad (1)$$

モンゴメリーの研究は、数学最大の未解決問題とも言われるリーマン予想において、素数が出現する間隔を明らかにしたものである。数学者なら飛び上がって喜びそうな話題も、物理学者であるダイソンにとっては全く興味のないものであった。内心では「面倒な事を聞いてしまった」と思いながらも、モンゴメリーが書いたそのメモを覗き込んだ瞬間、ダイソンの顔色が豹変した。

「これは驚きだ！最近、私が導出した原子核のエネルギー間隔の式と全く同じじゃないか！」

ウランなど重い原子核の持てるエネルギー数値は飛びとびの離散値であることが知られているが、その値を求める式の形が、モンゴメリーが導出した式と全く同じというのである。「物理学における原子核」と「数学における素数」が結びついた歴史的瞬間であった[1]。

「ある事象が、直接的には全く関係のない別の分野の事象と結びついている」といったことは科学の歴史において往々にして起こり得る。上記以外にも、物理学におけるゲージ理論と数学におけるファイバー束の接続問題が等価であったり、経済学において派生証券のプレミアムを決定するブラック・ショールズ方程式が熱力学における拡散方程式と繋がっているなど、

[†] 東京工業大学量子ナノエレクトロニクス研究センター，東京都
 Quantum Nanoelectronics Research Center (QNERC),
 Tokyo Institute of Technology, 2-12-1 O-okayama, Meguro-
 ku, Tokyo, 152-8552 Japan

^{††} 理化学研究所理論科学連携研究推進グループ，和光市
 Interdisciplinary Theoretical Science Research Group
 (iTHES), RIKEN, 2-1 Hirosawa, Wako-shi, 351-0198 Japan

a) E-mail: amemiya.t.ab@m.titech.ac.jp

b) E-mail: taki@riken.jp

例を挙げれば枚挙に暇がない。異分野間のそうしたつながりは、ときに重大な発見に結びついたり、あるいは難問の解決をみたりする。

近年盛んに研究されているカモフラージュ(camouflage)の理論もその代表例といえるだろう。光、流体、音、そして熱、それぞれのカモフラージュを作り出す上で、根幹となっているのは“重力を介した物理現象の置き換え”である。それらの理論は「変換〇〇(〇〇には、光学、音響学、熱力学などの各種物理現象名が入る)」と呼ばれているが、本論文ではそれらを総称して、**変換物理学(transformation physics)**とする。以降の節では、変換物理学の概要、及びそれを用いたカモフラージュ理論について著者らの研究も交えながらまとめさせて頂ければと思う。

2. 変換物理学——対称系と非対称系——

カモフラージュとは、入射した光・音・熱などが一つの閉領域(シールド領域)を迂回して通るように設定し、外側から見た人にとって、あたかもこの領域内にある物体が存在しないように見せる装置をいう。このような装置を作り出す上で重要となるのが、変換物理学の概念である(図1参照)。変換物理学の本質を一言でいえば、「異なる物理現象同士の式の形が同一となることを利用して、それらの特性を互いに模倣し合

う」ということになる。

例えば、光を例にとって考えてみよう。光を曲げたいときに、まず最初に思いつくのは、媒質の屈折率(誘電率と透磁率)を空間的に変化させることである。さて、光が曲がる要因が他にないかと考えると、実はもう一つ心当たりがあり、それは“重力”である。アインシュタインが一般相対性理論を発表した当時のCosmic Times誌の一面には、重力が周囲の空間をひずめ、それによって光の経路も曲げられることが、実証実験とともに詳しく紹介されている[2](図2参照)。

光の挙動はMaxwell方程式で記述されるが、「屈折率が変化している空間におけるMaxwell方程式」と「重力によって曲げられた空間におけるMaxwell方程式」は、ある種の相関関係があり、式の上では全く同じ形になる。つまり、双方の物理現象を介して、全く同じ光の軌跡をトレースすることが可能となる。このような現象は、流体におけるEuler方程式(Navier-Stokes方程式)、音におけるHelmholtz方程式、そして熱におけるFourierの法則など、様々な物理現象で当てはまる。

なお、変換物理学には、図1で示すように、対称系と非対称系の二つが存在する。対称系とは、物理現象が時間反転対称であることを意味しており、従来の重力を介した変換物理学(3.-6.参照)を表す。一方、時間反転対称性を破る系を非対称系と呼び、この場合は新しい物理現象を介した対応関係が必要となる。これについては後述する(7.参照)。

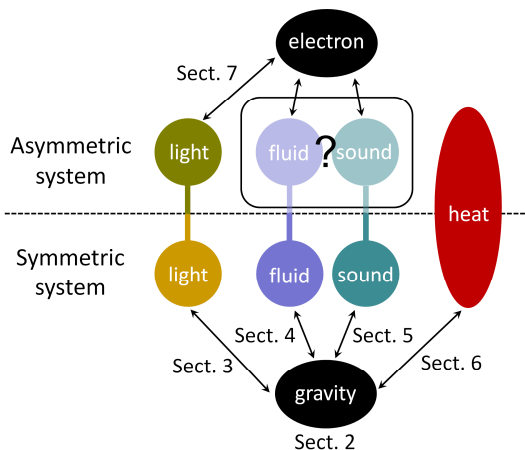


図1 変換物理学の概要：下半分は物理現象が伝搬方向に依存しない系(対称系)、上半分は物理現象が伝搬方向に依存する系(非対称系)。対称系では、媒質中における各種物理現象を表す式は、曲がった空間におけるそれらの現象を表す式と、ある条件下では同じ形となる。非対称系でも、曲がった空間の替わりとなる何らかの対応関係が存在する。

Fig. 1 Concept of transformation physics.

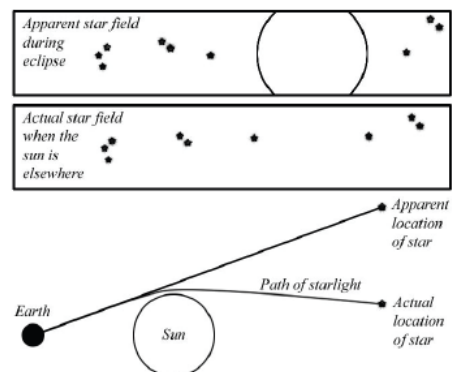


図2 曲がった空間とその概念(当時のCosmic Times誌に掲載された図より[2]):太陽の重力で星からの光は地球に曲がって届く。上の二つの図は各々「太陽があるときの地球から見える星の位置」「太陽がなかったときの実際の星の位置」を表している。

Fig. 2 Sun's gravity bends straight light in space.

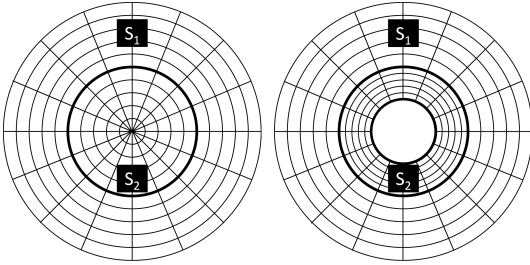


図3 変換物理学を用いたカモフラージュのアルゴリズム
Fig. 3 Transformation algorithm for producing camouflage.

対称系の変換物理学においては、重力によって曲げられた空間を考えるが、一見すると遠回りとも思えるこの手法が、本論文のトピックであるカモフラージュを作り出す上では強力なツールとなる。適当なカモフラージュを得るためには、隠したい対象周囲の媒質の性質を求める必要があるが、それを知るには、重力による効果を介して考えた方が分かりやすい。

例えば、図3のように、平坦な2次元の平坦空間S1の一点を各方向に引き延ばして、曲がった空間S2を作ることを考える。空間S2の中央には場が存在しないため、その内部では各種物理現象は起こらない。そのため、この領域が自動的に透明化される。このときの空間の曲がり具合は、計量テンソル g_{ij} というパラメータで与えられる。空間S1の座標系 x' (計量テンソル g'_{ij}) においても空間S2の座標系 x (計量テンソル g_{ij}) においても長さ ds の定義は変わらないため、計量テンソルを用いて以下の式が成立する。

$$\begin{aligned} ds^2 &= g'_{ij} dx'^i dx'^j \\ &= g_{ij} dx^i dx^j = g_{ij} \Lambda^i_{i'} \Lambda^j_{j'} dx'^i dx'^j \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、

$$\Lambda^i_{i'} = \frac{\partial x^i}{\partial x'^{i'}} \quad (3)$$

これにより、曲がった空間S2の計量テンソル \mathbf{g} は、空間S1の計量テンソル \mathbf{g}' 及び変換行列 $\mathbf{\Lambda}$ を用いて、以下のように与えられる。

$$\mathbf{g} = \mathbf{\Lambda}^{-T} \mathbf{g}' \mathbf{\Lambda}^{-1} \quad (4)$$

座標系として極座標 (r, θ) を選択すれば、変換行列 $\mathbf{\Lambda}$ は各方向 θ における空間の伸縮率からすぐに計算できる。加えて、空間S1の計量テンソル \mathbf{g}' は平坦計量（リーマンテンソルが0となる計量）であることを

考慮すれば、曲がった空間S2の計量テンソル \mathbf{g} を即座に求めることができる。

もしここで、変換物理学によって“曲がった空間の計量テンソル \mathbf{g} ”と“媒質の何らかのパラメータ（光の場合は屈折率など）”が一意に結びついていれば、カモフラージュを実現するためには、どういった媒質をどのように空間分布させれば良いのかを瞬時に知ることが可能になる。

上記のような、曲座標系において空間の一点を引き伸ばすというアルゴリズムは汎用性があり、様々な形状のカモフラージュに適用可能である。カモフラージュの形状が与えられただけでは、どういった性質の物質をどのように周辺に配置すればよいのか分からないが、重力を介して眺めると、それが極めて容易になる。これこそが変換物理学の特長である。

次節以降では、光(3.)、流体(4.)、音(5.)、熱(6.)における対称系の変換物理学について、その概要を述べる。また、時間反転対称性を破る系として近年になって提案された非対称系の変換物理学について、光の立場から解説を行う(7.)。

3. 変換光学と光学迷彩

カモフラージュ理論を考える上で、多くの人が興味を向けるのは、いわゆる“透明人間”という類のものであろう。これは光に対してカモフラージュを行ったもので、専門用語で光学迷彩(optical cloaking)と呼ぶ。光に対する変換物理学である変換光学(transformation optics) [3]~[5]は、幾何光学を用いる手法と波動光学を用いる手法の2種類に分けられる。両者による空間の曲がり方は、最終的に物質の屈折率(正確には誘電率と透磁率)に置き換えられるが、前者は等方性媒質、後者は異方性媒質に帰結する。

3.1 幾何光学に基づく変換光学

工業用品や構造物の部材に使用している材料は等方性であるものが多く、その屈折率が方向に依らない場合が多い。そのような材料を用いて光学迷彩を設計するために提案された手法が幾何光学に基づいた変換光学である。このとき、材料の屈折率 n はスカラー変数で与えられ、フェルマーの原理を用いることで、簡単にカモフラージュ理論を構築できる。

簡単のためにここでは2次元平面を仮定する。この平面に対して座標変換 $x' \leftrightarrow x$ が行われたとすると、フェルマーの原理に従って、光路長 s については次の変換が行われる。

Conformal transformation	
Curvilinear space	Flat space in medium
$s = \int n' \sqrt{dx'^2 + dy'^2}$	$s = \int n \sqrt{dx^2 + dy^2}$
$n'^2 \left[\left(\frac{\partial x'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial x'}{\partial y} \right)^2 \right] =$	n^2
General coordinate transformation	
Curvilinear space	Flat space in medium
$(\sqrt{g} g^{ij} E_j)_{,i} = \frac{\sqrt{g} \rho}{\epsilon_0}$	$(\sqrt{\gamma} D^i)_{,i} = \sqrt{\gamma} \bar{\rho}$
$(\sqrt{g} g^{ij} H_j)_{,i} = 0$	$(\sqrt{\gamma} B^i)_{,i} = 0$
$[ijk] E_{k,j} = -\mu_0 \frac{\partial (\pm \sqrt{g} g^{ij} H_j)}{\partial t}$	$[ijk] E_{k,j} = -\frac{\partial (\sqrt{\gamma} B^i)}{\partial t}$
$[ijk] H_{k,j} = \epsilon_0 \frac{\partial (\pm \sqrt{g} g^{ij} E_j)}{\partial t} \pm \sqrt{g} j^i$	$[ijk] H_{k,j} = \frac{\partial (\sqrt{\gamma} D^i)}{\partial t} + \sqrt{\gamma} J^i$
$\pm \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{\gamma}} g^{ij} =$	$\epsilon^{ij} = \mu^{ij}$

図4 変換光学における対応表

Fig. 4 Correspondence table of transformation optics.

$$s = \int n \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int n' \sqrt{dx'^2 + dy'^2} \quad (5)$$

この式において、左が「屈折率が変化している空間における光路長」、右が「重力によって曲げられた空間（真空）における光路長（ $n' = 1$ ）」を表している。

このとき、座標変換として共形変換を考える。共形変換とは一般座標変換の中で角度を保つ変換であり、特に2次元の場合は正則複素関数と同一となる。式(5)に、共形変換から得られるコーシー・リーマンの関係式

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial y'}{\partial y}, \quad \frac{\partial y'}{\partial x} = -\frac{\partial x'}{\partial y} \quad (6)$$

を代入すると、以下の関係を得ることができる。

$$\begin{aligned} n^2 &= n'^2 \left[\left(\frac{\partial x'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial x'}{\partial y} \right)^2 \right] \\ &= n'^2 \left[\left(\frac{\partial y'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial y'}{\partial y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (7)$$

これが等方性媒質における変換光学の式となる（図4参照）。

この手法で光学迷彩を作るには、まず共形変換によ

り平坦な空間（真空）をひずませる。これは前述の図3のプロセスに対応するが、共形変換という制約があるため、透明化される領域の形状も限定的なものになる。これは等方性媒質を用いるという仮定から、作り出せる光学迷彩の形状にも制限がかかることを意味している。その後、式(7)を用いて、ひずんだ空間を再現するためには、どういった屈折率の媒質をどのように平坦な空間に分布させれば良いのかを求めればよい。

この手法により実現された光学迷彩としては、カーペットクロッキング (carpet cloaking) [6], [7] などが有名であり、光学迷彩周囲の空間の片方を地面にすることで、共形変換の制約を上手く消すことに成功している。

3.2 Maxwell 方程式に基づく変換光学の一般化

前述のように、等方性媒質を用いた光学迷彩は設計が容易ではあるものの、共形変換という制約上、迷彩の形状が限定されることが欠点となる。また、Nachmanの定理により、位相遅れと反射を回避することができず、完全な光学迷彩 (perfect cloaking) を作り上げることが極めて難しい。そこで本節では、より一般的な異方性媒質を用いた光学迷彩のモデルを考える。

異方性媒質を用いることで、前述の共形変換という制限はなくなり、一般座標変換でどのような形状の光学迷彩も構築可能となる。ただし異方性媒質は、屈折率がスカラーではなくテンソルになることから（正確には誘電率テンソルと透磁率テンソル）、前述のようなフェルマーの原理を用いた幾何光学からのアプローチが極めて困難となる。そのため、光の原則であるMaxwell方程式に立ち戻り、「重力によって曲げられた空間におけるMaxwell方程式」と「屈折率（誘電率と透磁率）が変化している空間におけるMaxwell方程式」を比較することで、曲がった空間の計量テンソルと、誘電率・透磁率テンソルの対応関係を導き出す。

まず、重力場が存在する曲がった空間のMaxwell方程式は

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{g}} (\sqrt{g} E^i)_{,i} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \frac{1}{\sqrt{g}} (\sqrt{g} H^i)_{,i} = 0, \\ \epsilon^{ijk} E_{k,j} &= \mu_0 \frac{\partial H^i}{\partial t}, \quad \epsilon^{ijk} H_{k,j} = \epsilon_0 \frac{\partial E^i}{\partial t} + j^i \end{aligned} \quad (8)$$

で与えられる[8]。ここで、 g は g_{ij} の行列式 (g_{ij} は重力場下における計量テンソル)、 ϵ^{ijk} は Levi-Civita テンソルであり、具体的には以下の式になる。

$$\epsilon^{ijk} = \pm \frac{1}{\sqrt{g}} [ijk]$$

$$[ijk] = \begin{cases} +1 & \text{if } ijk \text{ is an even permutation of } 123, \\ -1 & \text{if } ijk \text{ is an odd permutation of } 123, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (9)$$

式 (8) において, E, H を共変ベクトルに変換すると, 次の式が導かれる.

$$\begin{aligned} (\sqrt{g} g^{ij} E_j),_i &= \frac{\sqrt{g} \rho}{\varepsilon_0}, \quad (\sqrt{g} g^{ij} H_j),_i = 0, \\ [ijk] E_{k,j} &= -\mu_0 \frac{\partial(\pm \sqrt{g} g^{ij} H_j)}{\partial t}, \\ [ijk] H_{k,j} &= \varepsilon_0 \frac{\partial(\pm \sqrt{g} g^{ij} E_j)}{\partial t} \pm \sqrt{g} j^i \end{aligned} \quad (10)$$

一方, 媒質に覆われた空間における Maxwell 方程式は

$$\begin{aligned} (\sqrt{\gamma} D^i),_i &= \sqrt{\gamma} \bar{\rho}, \quad (\sqrt{\gamma} B^i),_i = 0, \\ [ijk] E_{k,j} &= -\frac{\partial(\sqrt{\gamma} B^i)}{\partial t}, \\ [ijk] H_{k,j} &= \frac{\partial(\sqrt{\gamma} D^i)}{\partial t} + \sqrt{\gamma} J^i \\ (D^i &= \varepsilon_0 \varepsilon^{ij} E_j, \quad B^i = \mu_0 \mu^{ij} H_j) \end{aligned} \quad (11)$$

と与えられる [8]. ここで, γ は γ_{ij} の行列式 (γ_{ij} はこの空間における計量テンソル) であり, γ_{ij} は平坦計量 (リーマンテンソルが 0 となる計量) とする. また, ε_{ij} と μ_{ij} は, 各々, 媒質の誘電率テンソル, 透磁率テンソルである. このとき, 電荷密度と電流密度において

$$\begin{aligned} \bar{\rho} &= \pm \sqrt{g} \rho, \\ J^i &= \pm \sqrt{g} j^i \end{aligned} \quad (12)$$

という単位変更 (rescale) を行う. すると, 次の関係式を満たすときに, 式 (10) と式 (11) は完全に一致をみる.

$$\varepsilon^{ij} = \mu^{ij} = \pm \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{\gamma}} g^{ij} \quad (13)$$

これにより, “曲がった空間の計量テンソル” と “媒質の誘電率テンソル, 透磁率テンソル” が一意に結びついたことになる (図 4 参照).

以上の議論から, 実際に光学迷彩を設計する際の手順は次のとおりである.

1. リーマンテンソルが 0 となる平坦な空間を用意し, その空間を曲げることでカモフラージュ領域を作

る (2. 参照)

2. 式 (13) の対応関係を用いて, 曲がった空間の計量テンソルから, 光学迷彩周囲の誘電率テンソル, 透磁率テンソルを導出する

これらの手順は, 最終的に一つの式でまとめることができる. 式 (4) の両辺に \det をとると

$$g' = g(\det \Lambda)^2 \quad (14)$$

を得る. この式と式 (13) により, 次の式が導かれる.

$$\varepsilon = \mu = \frac{\sqrt{g'} \Lambda (\mathbf{g}')^{-1} \Lambda^T}{\det \Lambda} \quad (15)$$

これこそが, 変換光学の中核となる式であり, 「最初を用意する平坦空間の計量テンソル \mathbf{g}' 」「カモフラージュ領域を作るための一般座標転換 Λ 」「光学迷彩が存在する現実空間の計量テンソル γ 」の三つから, 必須となる媒質の誘電率テンソル ε , 透磁率テンソル μ を求めることができる. このとき, 誘電率テンソルと透磁率テンソルが同じ値であることから, 波動インピーダンスが空間の全ての場所で一定 ($= 1$) となる. これにより, 位相遅れと反射が一切生じることなく光の伝搬が可能となる.

この理論をベースに, 実際に光学迷彩の設計を行ってみる. まず二次元極座標系 (円柱座標で電場が z 軸に偏極し, 磁場が直行する平面内に存在する系) において, 空間の一点を各方向に同じ長さだけ引き延ばす一般座標変換 $(r, \theta, z) \rightarrow (r', \theta', z')$ を考える.

$$\begin{aligned} \Lambda &= \text{diag}(R, 1, 1) \\ R &= \frac{dr}{dr'} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで, $r'-r$ として, 例えば, 図 5a で与えられるような変換を仮定すればよい. ここで, 各空間の計量は

$$\begin{aligned} \mathbf{g}' &= \text{diag}(1, r'^2, 1) \\ \gamma' &= \text{diag}(1, r^2, 1) \end{aligned} \quad (17)$$

と与えられる. 式 (16) 及び式 (17) を式 (15) に代入することで, 円形の光学迷彩を実現するための誘電率テンソル及び透磁率テンソル

$$\varepsilon^i_j = \mu^i_j = \text{diag}\left(R \frac{r'}{r}, \frac{r}{r'R}, \frac{r'}{rR}\right) \quad (18)$$

を得ることができる. これらの設計に基づき, 媒質の誘電率テンソル及び透磁率テンソルを空間的に変化さ

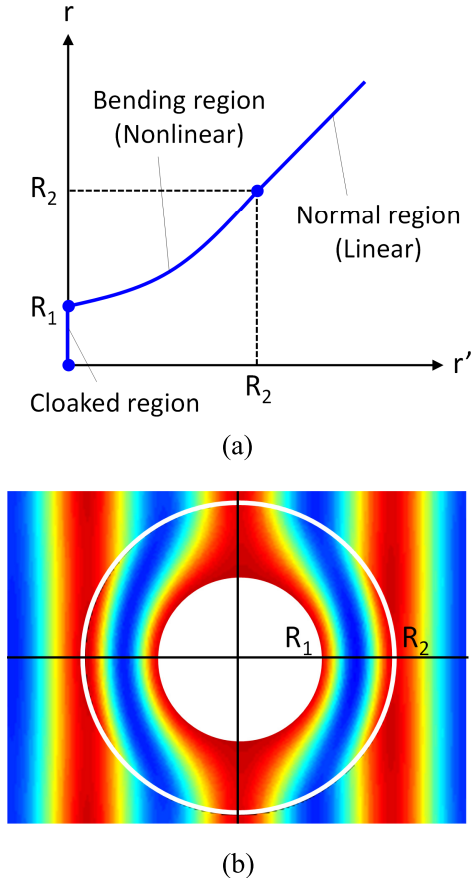


図 5 (a) 光学迷彩を実現するための極座標系における座標変換の一例, (b) 一般座標変換による完全な光学迷彩における電磁場の分布

Fig. 5 (a) Transformation performed by a spherical cloaking device. (b) Waves in perfect optical cloaking device.

せて解析を行うと、例えば、図 5b に示すような光学迷彩周囲で光が迂回して伝搬する系を構築できる。

三次元の場合も同様に、空間の一点を各方向に同じ長さだけ引き延ばす一般座標変換 $(r, \theta, \varphi) \rightarrow (r', \theta', \varphi')$ を考えればよい。

$$\Lambda = \text{diag}(R, 1, 1)$$

$$R = \frac{dr}{dr'} \quad (19)$$

三次元の場合の空間の各計量は

$$g' = \text{diag}(1, r'^2, r'^2 \sin^2 \theta')$$

$$\gamma' = \text{diag}(1, r^2, r^2 \sin^2 \theta) \quad (20)$$

で与えられる。式 (16) 及び式 (20) を式 (15) に代入

することで、球形の光学迷彩を実現するための誘電率テンソル及び透磁率テンソル

$$\varepsilon^i_j = \mu^i_j = \text{diag}\left(R \frac{r'^2}{r^2}, \frac{1}{R}, \frac{1}{R}\right) \quad (21)$$

を得ることができる。

近年の動向も含めた変換光学のより深い議論については [9], [10]などを参照して頂ければと思う。特に [10] については、変換光学の創始者の一人である Leonhardt 教授が執筆した教科書であり、大変な名著であるため、強くお勧めしたい。また、光学迷彩の歴史なども含めた一般書としては、[11] や [12]などを参照されたい。

さて、上記設計をもとにして、実際にデバイスを作製する際のポイントは、‘適切’な誘電率及び透磁率をもつ異方性物質を‘適切’な位置に配置することにある。そのために、物質の誘電率及び透磁率を人工的に制御することが必要不可欠となる。特に、可視光のような高周波帯域においては、物質の巨視的な磁化が高周波磁界に追従できないため、比透磁率は 1 となる。そのため、何らかの方法を用いてこれらの制約を破ることが必須となる。

そのような中、近年になって物質固有だと思われてきた誘電率や透磁率の値を人工的に制御して、自然界に存在しない特性をもつ物質を作り出そうという研究が注目を集めている。このような物質を総称して、**電磁メタマテリアル (metamaterial)** と呼び、これらに関する近年の様々な研究は、負の屈折率をはじめとして、電磁気学に新たなフロンティアを与えることに成功している。メタマテリアルの正体は、「金属で構成されたナノスケールの電気回路 (RLC 回路) の集合体」と言って差し支えない。入射光の周波数が回路の共振周波数に一致すると、RLC 回路内に強い自由電子の振動が現れ、それに伴って誘導磁界が生じる。この誘導磁界は光周波数に追従しており、これを巨視的な磁化とみなすことで、透磁率の値を人工的に変化させることが可能となる。

メタマテリアルについては、それ自体が大きな研究分野であり、その詳細を本論文で触れることは難しい。近年のメタマテリアルの動向については、例えば [13]～[15]などを参照して頂ければと思う。また併せて、メタマテリアルの理論研究者である Ramakrishna 教授が執筆した教科書 [16] も、メタマテリアルの基礎を理解する上で一読の価値があると思われる。

4. アナログ重力、流体、ブラックホール

4.1 アナログ重力

これまで特定の光学の系が、曲がった空間の物理として書き直すことができることを見てきた。じつはこのような物理現象の書き換えは偶然に可能になったものではなく、その背後には**アナログ重力 (analogue gravity)** の考え方がある。アナログ重力とは、一言で言うと様々な波動現象が、重力の物理として書き換えられる、という理論的な提唱である。もう少し定量的に言うと、ある物理系での波動方程式が、曲がった空間における波動方程式に数学的に書き直すことができるのである。例えば次節でみるように、スカラー場の波動が重力としての記述があるという場合、その波動方程式は

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\sqrt{g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \right) = 0, \quad (22)$$

という形をとることになる。ここで、添え字は空間と時間両方を走っているとし、Einstein の縮約記法を用いている。 g^{ij} は計量テンソルであり、前述にもあるように仮想的な空間の曲がり具合を記述する。物理現象の起きる空間は平坦にもかかわらず、物質分布などが波動に及ぼす影響により、波動は仮想的な空間の曲がりを感じ、この仮想的な曲がり具合を記述するのがこのパラメータである。多くの場合、計量テンソルは時間によらないため、上の式の第二項は単に時間の二回微分の項に簡単化するが、次節で紹介するブラックホールの場合はそうはいかない。これが重力特有の面白い現象を引き起こすことになる。

4.2 Unruh の流体ブラックホール

本論文の主題の光学迷彩は 2006 年ごろから研究が本格化した比較的新しい研究分野であるが [3], [4], その源であるアナログ重力の理論は、とても長い歴史をもっている。アナログ重力の研究で一つの画期を成した論文は、1981 年に理論物理学者の W.G. Unruh が発表した「Experimental Black-Hole Evaporation? (実験的ブラックホール蒸発)」という文献である [17].

論文において、Unruh は流体中を伝播する波と、曲がった時空中のスカラー場の伝搬の類似を発見した。まずは出発点として、普通の流体現象を考えよう。流体は非回転的で、速度場は回転をもたない $\nabla \times \vec{v} = 0$ とする。すると流体の運動方程式と連続の式は

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) &= -\nabla p - \rho \nabla V, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) &= 0, \end{aligned} \quad (23)$$

である (V はポテンシャル)。ここで、次のような変数変換を考える。

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \nabla \phi, \\ g(\xi) &= \int^{\rho(\xi)} \frac{1}{\rho'} \frac{dp(\rho')}{d\rho'} d\rho', \\ \xi(\rho) &= \ln \rho(\xi). \end{aligned} \quad (24)$$

初めの式については、今は非回転的な速度場に話を限っており、常にスカラーポテンシャルの勾配 (gradient) で表せるため、このように書き直せる。すると若干の計算の後、運動方程式と連続の式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} + g(\xi) + V &= 0, \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \xi + \nabla \cdot \vec{v} &= 0, \end{aligned} \quad (25)$$

となる。ここで、この方程式を線形近似することを考える。つまりこの方程式のある解 (ξ_0, φ_0) の周りでの微小揺らぎ

$$\xi = \xi_0 + \delta\xi, \quad \phi = \phi_0 + \delta\phi \quad (26)$$

を考え、これらをもとの方程式に代入して揺らぎの一次まで残し、更に得られた二本の一階の微分方程式から $\delta\xi$ を消去して、次の二階の微分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_0} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_0}{g'(\xi_0)} \frac{\partial \delta\phi}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_0 \vec{v}_0}{g'(\xi_0)} \nabla \delta\phi \right) \right. \\ \left. + \nabla \cdot \left(\frac{\rho_0 \vec{v}_0}{g'(\xi_0)} \frac{\partial \delta\phi}{\partial t} \right) - \nabla \cdot \rho_0 \nabla \delta\phi \right. \\ \left. + \nabla \cdot \left(\frac{\vec{v}_0 \rho_0}{g'(\xi_0)} \vec{v}_0 \cdot \nabla \delta\phi \right) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

この式は一見煩雑なだけの微分方程式に見えるが、じつは美しい幾何的解釈ができる。というのも、式 (27) は、次の計量テンソルをもつ曲がった時空中のスカラー場の波動方程式に他ならないからである。

$$\begin{aligned} ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \frac{\rho_0}{c(\rho_0)} \{ (c(\rho_0)^2 - \vec{v}_0 \cdot \vec{v}_0) dt^2 \\ + 2\vec{v}_0 \cdot d\vec{x} dt - d\vec{x} \cdot d\vec{x} \}. \end{aligned} \quad (28)$$

ここで

$$c(\rho_0)^2 = g'(\ln \rho_0) \quad (29)$$

式 (28) において、技術的であるが、新たな時間パラメータを

$$\tau = \int \frac{v_0^r dr}{c^2 - (v_0^r)^2}, \quad (30)$$

で導入し、空間部分について球面座標系を用いて書きなおすと

$$ds^2 = \frac{\rho_0}{c} \left\{ (c^2 - (v_0^r)^2) dt^2 - \frac{cd r^2}{c^2 - (v_0^r)^2} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right\}. \quad (31)$$

と、若干簡単化する。

この計量テンソルの意味を理解するために、背景の流体の速度ベクトル場が、球面座標系での動径座標がある値を取った地点 $r = R$ で音速を超える状況 $v_0^r = -c + a(r - R) + \dots$ を考えると、一次近似で次の計量を得る

$$ds^2 = \frac{\rho_0(R)}{c} \left\{ 2ca(r - R) d\tau^2 - \frac{dr^2}{2a(r - R)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right\}. \quad (32)$$

これは **Schwarzschild** のブラックホール解の形に他ならない。ブラックホール解の詳細については一般相対性理論のテキストを参照頂くとして、ここでのポイントは、背景の流体の速度場が音速を超える領域が現れると、流体の上を伝搬する波はその領域から逃れられないことである。つまり**事象の地平面**の流体バージョンを作ることができるのである。

この流体と重力の類似は、単なるアナロジーではなく、様々な応用を与えるアイデアである。例えば **Unruh** はこの論文において、**Hawking** の予言したブラックホールからの熱輻射という量子論的現象を、この流体における類似物で実験的に確認することができることを示唆した。これは、ブラックホールにまつわる様々な理論的予言を、テーブルトップの実験で確認できることを意味する。また我々は、**Unruh** の発見したアナログ重力の視点が、やがては光学迷彩の設計理論へと結びついてくることを知っている。今後も様々な物理系をアナログ重力の観点から見直すことで、思わぬ発見が現れてくると期待される。

5. 変換音響学と音響迷彩

本節では、音波に対する変換物理学を考慮すること

で、**音響迷彩 (acoustic cloaking)** を構築することを考える。すなわち、音波の伝搬方向をコントロールすることで、ある特定の領域に音波が侵入しないような状況を実現し、音波に対してその領域内の物体を不可視にする。2006 年に光学迷彩のアイデアが発表されてから間もなく、このような音響バージョンの迷彩装置も併せて提唱された。この章では、そのアイデアについて概観する。

5.1 2次元変換音響学

これまで見てきた変換光学の根幹的なアイデアは、「座標変換により変換を受けた波動の基礎方程式」と、「媒質の特定の分布のもとでの波動の方程式」の数学的類似性から、特殊な座標系により設計された波動の伝搬を媒質分布で実現ことができる点にある。このアイデアは音波の伝搬にも適用することができ、その手法は**変換音響学 (transformation acoustics)** とよばれている [18], [19]。

変換音響学においても、変換光学で用いられる座標変換と同じものが利用できる。典型的な座標変換は、もとの空間 (x, y, z) での一点を有限の領域に膨らますような、特異的な座標変換である。弾性媒質中の音波は

$$\nabla^2 p(x_i, t) - \ddot{p}(x_i, t) = 0, \quad (33)$$

という圧力の揺らぎにたいする波動方程式で記述されるが、これを曲がった空間（一般の座標系）でのスカラー場の波動方程式

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} \left(\sqrt{g} g^{ij} \frac{\partial}{\partial x^j} p(x_i, t) \right) - \ddot{p}(x_i, t) = 0, \quad (34)$$

に変換できればよい（ここで g は軽量テンソルの行列式）。もちろん勝手に空間を曲げるようなことは我々にはできないため、**3.**と同様に物質の分布を利用して数学的に上の式と等価な方程式を実現し、あたかも空間が曲がっているかのような現象を引き起こせば良い。

ところが、一般的に弾性媒質系の座標変換の下での速度場ベクトルの変換性は、変換光学における電場や磁場の変換性とは異なっている。このため、変換光学におけるアイデアをそのまま音波の式に当てただけ、という単純な話ではなくなる。ただし、二次元に限って話を進めれば、音波特有の性質を活用して光学迷彩の手法をそっくりそのまま音響迷彩にトレースすることができる。そこで本節では、はじめに二次元音響迷彩の設計手法を述べることにする。

まず、弾性媒質中における保存運動量と密度の摂動からくる、線形化した運動方程式を考える。

$$\begin{aligned}\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= -\nabla p, \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -K \nabla \cdot \vec{v}.\end{aligned}\quad (35)$$

ここで ρ_0 は背景の流体の密度で、 K は流体の体積弾性率である。この圧力スカラーと流体速度ベクトルに対する微分方程式が音波の振る舞いを決定する。したがって流体密度と体積弾性率の値の特殊な分布が、仮想的に曲がった空間の計量テンソルを生み出せば、変換音響学を定式化できることになる。

そのために、二次元流体の特殊性を用いる。ここで言う二次元とは、 z 軸方向に対して物理量は全く同じ値を取り、 xy 平面においてのみ非自明な物理現象が起きている場合のことである。じつは二次元の場合は、流体が綺麗に二次元の Maxwell 方程式系と結びつき、変換光学と全く同じ方法で変換音響学を実現できるのである。

円柱座標 (r, θ, z) で式 (35) を書き直すと

$$\begin{aligned}\rho_\theta \frac{\partial v_\theta}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \\ \rho_r \frac{\partial v_r}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial r}, \\ \frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}.\end{aligned}\quad (36)$$

を得る。これを二次元的な Maxwell 方程式と比べる。つまり円柱座標で電場が z 軸に偏極し、磁場が直行する平面内にある場合を考える。誘電率と透磁率のテンソルは非等方的だが、円柱座標系で対角的であるとす。このとき Maxwell 方程式は

$$\begin{aligned}-\mu_r \frac{\partial H_r}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta}, \\ \mu_\theta \frac{\partial H_\theta}{\partial t} &= \frac{\partial E_z}{\partial r}, \\ -\varepsilon_z \frac{\partial E_z}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial(rH_\theta)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \theta}.\end{aligned}\quad (37)$$

となる。流体と電磁気の両者はよく似ているが、実際次の置き換えの下で全く等価な方程式系となっている。

$$\begin{aligned}(p, v_r, v_\theta, \rho_r, \rho_\theta, B \equiv 1/K) \\ \Leftrightarrow (-E_z, H_\theta, -H_r, \mu_\theta, \mu_r, \varepsilon_z)\end{aligned}\quad (38)$$

したがってこの二次元の場合は変換光学の結果をその

General transformation for 2D space	
Helmholtz Eq.	Maxwell Eq.
$\begin{aligned}\rho_\theta \frac{\partial v_\theta}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \\ \rho_r \frac{\partial v_r}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial r}, \\ \frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}.\end{aligned}$	$\begin{aligned}-\mu_r \frac{\partial H_r}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta}, \\ \mu_\theta \frac{\partial H_\theta}{\partial t} &= \frac{\partial E_z}{\partial r}, \\ -\varepsilon_z \frac{\partial E_z}{\partial t} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial(rH_\theta)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \theta}.\end{aligned}$
$(p, v_r, v_\theta, \rho_r, \rho_\theta, B \equiv 1/K) \Leftrightarrow (-E_z, H_\theta, -H_r, \mu_\theta, \mu_r, \varepsilon_z)$	
General coordinate transformation for 3D space	
Curvilinear space	Flat space in medium
$\begin{aligned}\rho(q_i) \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= -\nabla_q p(q_i) \\ \frac{\partial p(q_i)}{\partial t} &= -K(q_i) \nabla_q \cdot \vec{v}\end{aligned}$	$\begin{aligned}\rho(x_i) \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= -\nabla p(x_i) \\ \frac{\partial p(x_i)}{\partial t} &= -K(x_i) \nabla \cdot \vec{v}\end{aligned}$
$\bar{\rho}(q_i)^{-1}$	$\rho(x_i)^{-1} \frac{\bar{g}}{\det \bar{g}}$
$B(q_i)$	$\frac{B(x_i)}{\sqrt{\det \bar{g}}}$
	$(\det \bar{g} = (h_1 h_2 h_3 V)^{-2})$

図 6 変換音響学における対応表
Fig. 6 Correspondence table of transformation acoustics.

まま流用することができる (図 6 参照)。なお、二次元変換光学の設計手法については 3.2 を参照のこと。

実際には非等方的な流体密度を用意することは簡単ではないが、この点さえクリアできれば、上の式で設計された音響迷彩をすぐさま実現できることになる。このように二次元の場合は、非等方的密度分布を用いることで、変換光学と全く同じ数式でデバイスを設計できることがポイントとなる。

5.2 3次元変換音響学

前節では、二次元の特異性を用いることで、音響理論特有の煩雑さを回避し、問題を Maxwell 系へ帰着させた。この節では本来の問題に立ち返り、一般的な状況での変換音響学の定式化を述べる [20], [21]。そのために、非直交一般座標系におけるベクトル解析を考える。まず、一般座標系 q_i での方向ベクトルは

$$\vec{h}_i = \frac{\partial \vec{x}}{\partial q_i}, \quad (39)$$

と書くことができ、スケール因子 h_i を導入しておく。また、これら方向ベクトルの成す体積は

$$\det(\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3) \equiv h_1 h_2 h_3 V, \quad (40)$$

である．ここで，これら方向ベクトルの平行六面体の成す微小体積要素において発散定理を考える．あるベクトル場を考えると，この体積要素からの総フラックスの流出 $(\nabla \cdot \vec{v}) \times \text{volume}$ は次の式で与えられる

$$\begin{aligned} (\nabla \cdot \vec{v}) h_1 h_2 h_3 V &= \sum_{i \neq j \neq k \neq i} \frac{\partial}{\partial q_i} (\vec{v} \cdot (\vec{h}_j \times \vec{h}_k)) \\ &= \sum_{i \neq j \neq k \neq i} \frac{\partial}{\partial q_i} (v^i h_j h_k V) \equiv \nabla_q \cdot \vec{v}. \end{aligned} \quad (41)$$

ただし次のパラメータを導入した．

$$\begin{aligned} \nabla_q &= \left(\frac{\partial}{\partial q_1}, \frac{\partial}{\partial q_2}, \frac{\partial}{\partial q_3} \right) \\ \vec{v} &= V \bar{Q}_{per} \vec{v}, \quad \bar{Q}_{per} = \begin{pmatrix} h_2 h_3 & 0 & 0 \\ 0 & h_1 h_3 & 0 \\ 0 & 0 & h_1 h_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (42)$$

これを時間変化に対しては調和な場合の運動方程式 (式 (35) の第 2 式) に用いると，一般座標における式

$$\begin{aligned} i\omega B(q_i) &= \nabla_q \cdot \vec{v}, \\ B(q_i) &= h_1 h_2 h_3 V B(x_i), \end{aligned} \quad (43)$$

を得る．これにより圧縮率 B に対する座標変換性の式が得られた．このように，運動方程式の形を保つために，体積弾性率 (圧縮率) は座標変換で変換を受けることになる．

もう一方の運動方程式 (式 (35) の第 1 式) についても考えてみる． ∇p に対して，微小形での勾配定理を適用すると

$$\nabla p \cdot \vec{h}_i = \frac{\partial p}{\partial q_i}, \quad (44)$$

であるから，勾配を一般座標系で書き直す式

$$\nabla_q p = \bar{Q}_{par} \bar{G}^{-1} \nabla p, \quad (45)$$

が得られる．ただしここでは次のようなテンソル

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{par} &= \begin{pmatrix} h_1 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & 0 \\ 0 & 0 & h_3 \end{pmatrix} = h_1 h_2 h_3 \bar{Q}_{per}^{-1}, \\ \bar{G}^{-1} &= \begin{pmatrix} \frac{\vec{h}_1 \cdot \vec{h}_1}{h_1 h_1} & \frac{\vec{h}_1 \cdot \vec{h}_2}{h_1 h_2} & \frac{\vec{h}_1 \cdot \vec{h}_3}{h_1 h_3} \\ \frac{\vec{h}_2 \cdot \vec{h}_1}{h_2 h_1} & \frac{\vec{h}_2 \cdot \vec{h}_2}{h_2 h_2} & \frac{\vec{h}_2 \cdot \vec{h}_3}{h_2 h_3} \\ \frac{\vec{h}_3 \cdot \vec{h}_1}{h_3 h_1} & \frac{\vec{h}_3 \cdot \vec{h}_2}{h_3 h_2} & \frac{\vec{h}_3 \cdot \vec{h}_3}{h_3 h_3} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (46)$$

を導入した．したがってこれを運動方程式 $\nabla p = i\omega \rho(x_i) \vec{v}$ に適用すると

$$\begin{aligned} \nabla_q p &= i\omega \bar{\rho}(q_i) \vec{v} \\ \bar{\rho}(q_i) &= \bar{Q}_{par} \bar{G}^{-1} \bar{Q}_{per}^{-1} V^{-1} \rho(x_i), \end{aligned} \quad (47)$$

であり，計量

$$\bar{g} = \bar{Q}_{par}^{-1} \bar{G}^{-1} \bar{Q}_{par}^{-1} \quad (48)$$

を導入すると，密度の変換性

$$\bar{\rho}(q_i)^{-1} = \rho(x_i)^{-1} h_1 h_2 h_3 V, \quad (49)$$

が綺麗な形で得られた．ここでこの計量の成分は確かに計量テンソルらしい形で与えられている (Jacobi 行列)．この行列式が

$$\det \bar{g} = (h_1 h_2 h_3 V)^{-2} \quad (50)$$

であることに注意すると，これら座標変換は

$$\begin{aligned} \bar{\rho}(q_i)^{-1} &= \rho(x_i)^{-1} \frac{\bar{g}}{\det \bar{g}}, \\ B(q_i) &= \frac{B(x_i)}{\sqrt{\det \bar{g}}}, \end{aligned} \quad (51)$$

という密度・弾性率分布を生み出す．逆に言うと，曲がった空間 (座標系) での込み入った音波の伝搬性は，対応する特殊な密度・弾性率分布で数学的に書き直すことができることになる．これはまさに音響バージョンの変換式であり，これが一般的な変換音響学の基礎となる結果である (図 6 参照)．

最後に実験的な側面の現状についても簡単にコメントしておく．変換音響学では非等方的な物質パラメータ分布を必要とするが，一般には理想的なパラメータを用意することが困難なように思われる．しかしながら近年開発された，プラスチックで構成された音響メタマテリアル (音の微細共振器) を用いれば，比較的多くのパラメータ分布が実現することができるようになってきている．例えば文献 [22] においては，空気中の音波の迷彩デバイスが変換音響学で設計され，理論解析により高い性能をもつことが示されている．近年，Duke 大のグループがこの装置を実際に作製し，音響迷彩として動作することが実証された [23]．変換音響学は，今後も産業的な応用など，更なる発展が期待できる分野である．

6. 変換熱力学と熱迷彩

本節では，熱に対する迷彩を構築するための変換熱

力学 (transformation thermodynamics) について、簡単に概要を述べる。変換熱力学は 2012 年になってから提案された概念であり、今まで解説してきた光、流体、音などに比べると比較的新しい理論体系となる [24], [25]。しかしながら、「何らかの媒質パラメータで熱の伝搬を制御することで、ある特定の領域に熱が浸透しない状況を実現する」という意味では、他の手法と全く同じといえる。また、図 1 でも示したように、他の変換物理学と違って、変換熱力学の場合は対称系・非対称系の区別が曖昧となる。これは、熱力学第二法則からくる不可逆過程により、時間反転対称性を論じることの意味をなさないためである。

例えば、異なる温度の混合系が熱力学的平衡状態に近づく際に、熱は温度の高い方から低い方へと移動し、エントロピーを増大させようとする。いったんでも両者の温度が等しくなれば、決して元の状態に戻らない (温度差を大きくする方向には熱は移動しない)。言い換えれば、熱は周囲の状態によって伝搬方向が既に決定されており、他の物理現象と違って、逆方向へ向けた伝搬を考える必要がない。変換熱力学を考える際には、この点が非常に重要なポイントとなる。

Fourier の法則より、熱流速密度 φ は次のように温度場 T の勾配によって表される。

$$\varphi = -\lambda(\mathbf{x}') \nabla T \quad (52)$$

ここで、 $\lambda(\mathbf{x}')$ は熱伝導率であり、温度勾配と熱流速を対応づける正定値対称テンソルである (等方的な物性の場合は温度勾配と熱流速ベクトルの方向が一致するために、スカラー量として扱うことができる)。式 (52) 及び熱量保存則から、デカルト座標系における以下の拡散方程式を得る。

$$\rho(\mathbf{x}') C(\mathbf{x}') \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda(\mathbf{x}') \nabla T) + f(\mathbf{x}', t) \quad (53)$$

ここで、 $\rho(\mathbf{x}')$ は密度、 $C(\mathbf{x}')$ は比熱容量、 $f(\mathbf{x}', t)$ は単位体積あたりの発熱量である。

式 (53) に対して、今までと同様に一般座標変換 $\mathbf{x}' \leftrightarrow \mathbf{x}$ を考える。図 3 のように基本空間 (熱伝導率一定) から一般座標変換が成されたと仮定すると、テンソル密度に注意して、式 (53) は以下のように変形される。

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{x}) C(\mathbf{x}) \det \Lambda \frac{\partial T}{\partial t} \\ = \nabla \cdot (\Lambda^{-T} \lambda(\mathbf{x}) \Lambda^{-1} \det \Lambda \nabla T) + \det \Lambda f(\mathbf{x}, t) \end{aligned}$$

General coordinate transformation	
Curvilinear space	Flat space in medium
$\rho(\mathbf{x}) C(\mathbf{x}) \det \Lambda \frac{\partial T}{\partial t}$ $= \nabla \cdot (\Lambda^{-T} \Lambda^{-1} \det \Lambda \nabla T) + \det \Lambda f(\mathbf{x}, t)$	$\rho(\mathbf{x}') C(\mathbf{x}') \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda(\mathbf{x}') \nabla T) + f(\mathbf{x}', t)$
$\Lambda^{-T} \Lambda^{-1} \det \Lambda$	λ

図 7 変換熱力学における対応表
Fig. 7 Correspondence table of transformation thermodynamics.

$$= \nabla \cdot (\Lambda^{-T} \Lambda^{-1} \det \Lambda \nabla T) + \det \Lambda f(\mathbf{x}, t) \quad (54)$$

ここで、変換行列 Λ として式 (3) を用いた。

式 (53) と式 (54) を比較することにより、変換熱力学における次の基本式を得ることができる。

$$\lambda = \Lambda^{-T} \Lambda^{-1} \det \Lambda \quad (55)$$

これにより、曲がった空間 (座標系) での熱の拡散は、それと対応する特殊な熱伝導率分布で書き直すことが可能となる (図 7 参照)。

これらの結果を用いて、実際に熱迷彩を設計する際には、初期座標系がデカルト座標であることに注意する必要がある。一般的な熱迷彩設計時における変換行列 Λ には、「基本デカルト座標から極座標への変換」→「2. のアルゴリズムに基づいた、極座標系での特殊な座標変換」→「それを再びデカルト座標に戻す変換」の三つが含まれる。式 (55) を基にして計算された 2 次元円形、3 次元球形の熱迷彩における熱伝導率テンソルの空間分布は、3.2 で得られた光学迷彩における誘電率テンソル・透磁率テンソルのそれと式の上では全く同じとなる。

7. 非対称系の光学迷彩

さて、3.-6. で述べてきた理論に基づけば、シールド領域内に存在する物体は、外部からは 360° どの方向から見ても観測されない。これは、“物体を隠す (遮蔽する)” という用途においては、完璧な機能といえるだろう。ところが目的によっては、その完璧さがかえって裏目となる。例えば、従来の光学迷彩では、シールド領域内には光の入り込む余地が一切ないため、そこに隠れている人は外部を見ることができない。これは“透明人間”としては失格である。

そこで本節では、近年になって提案された、方向性

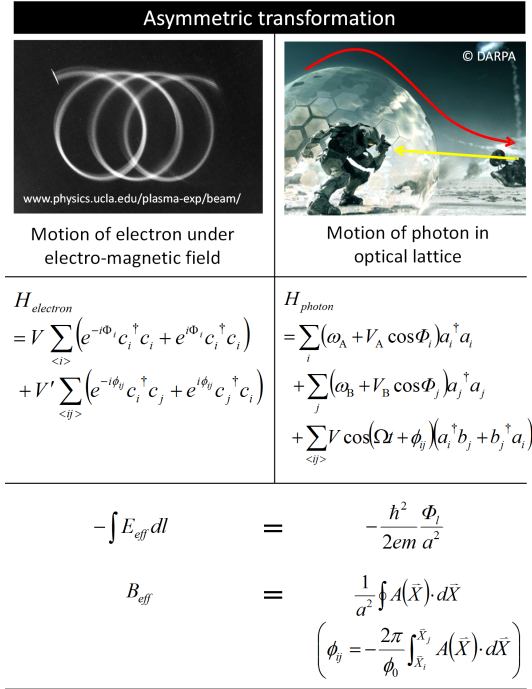


図 8 非対称系変換光学における対応表
Fig. 8 Correspondence table of asymmetric transformation optics.

をもった非対称光学迷彩 (asymmetric cloaking) の理論を解説する [26]. ここでいう“非対称”とは、迷彩周辺の光の軌道が一方方向性をもつことを意味する。これにより「相手からは見えないが、こちらからは相手が完全に見える」という究極のシールド理論が構築可能となる。しかし、重力を介した従来の変換光学では、計量テンソルが伝搬方向に依存しない (時間反転対称性をもつ) ため、理論的に非対称な光の軌跡を描かせることは極めて困難となる。そのため、非対称迷彩の構築には、全く新しい物理現象を介した対応関係を見いだすことが必須となる。

結論から述べると、非対称系の変換光学においては、“重力”の代わりに“電磁場下における電子の動き”を介して光の軌道を考える (図 8 参照)。仮に、光 (光子) に擬似的なクーロン力とローレンツ力を働かせることができれば、光の軌道がその進行方向に対して非対称になっているような状況を再現することができるわけである。

本理論の基礎となっているのは、2012 年に Stanford 大学のグループが提唱した「Effective magnetic field

for photon (光子に作用する擬似的なローレンツ力)」の概念である [27]~[29]. 上記論文では、光を捕捉する光学的な共振器を格子状に配置することで、光がそれら共振器間をあたかもローレンツ力を受けたかのように曲がりながら伝搬するモデルを提案している。ただしローレンツ力の概念のみだと、逆方向から入射した光子は逆方向に曲がっていくだけとなり、真の意味での“柔軟な方向性” (例えば、左から入射した光はほぼ直進し、右から入射した光は迂回して進むなど) を得ることはできない。

そこで、非対称系の変換光学では、上記理論を拡張することで電場に相当する効果 (クーロン力) も併せて発生させる。その結果、光があたかも電磁場下を運動する電子のように振る舞うことになり、光学共振器格子のパラメータを調整するだけで、より多様で非対称な光の伝搬経路が実現できる。擬似的なクーロン力とローレンツ力の大きさを空間的に変化させれば、目的の非対称光学迷彩に必要な光の軌跡を比較的容易に得ることが可能となる。

7.1 有効電磁場と非対称な軌道

まず、空間に光格子があると考える。ここで、格子一つ一つは光共振器を構成しており、伝搬光がその部分に捕捉されるとする。最近接の光格子間には時間変調がかかっており、更に、それぞれの光格子の共振特性が場所によって任意に変化しているモデルを仮定する (図 9a 参照)。このとき系のハミルトニアンは、Tight-binding modelのもと、以下のように与えられる。

$$H = \sum_i (\omega_A + V_A \cos \phi_i) a_i^\dagger a_i + \sum_j (\omega_B + V_B \cos \phi_j) a_j^\dagger a_j + \sum_{\langle ij \rangle} V \cos(\Omega t + \phi_{ij}) (a_i^\dagger b_j + b_j^\dagger a_i) \quad (56)$$

ここで、 Ω は隣接格子間における変調周波数、 ϕ_{ij} は隣接格子間の変調位相差を与える。光格子の共振特性が場所によって変動している効果は Φ_l によって与えられている。

系のハミルトニアンが、相互作用のない自由粒子のハミルトニアン H_0 と相互作用を表すハミルトニアン H_{int} の和で与えられ、 H_{int} が摂動的に取り扱える場合には、この系の記述として相互作用表示を使用することができる。式 (56) においてハミルトニアンを以

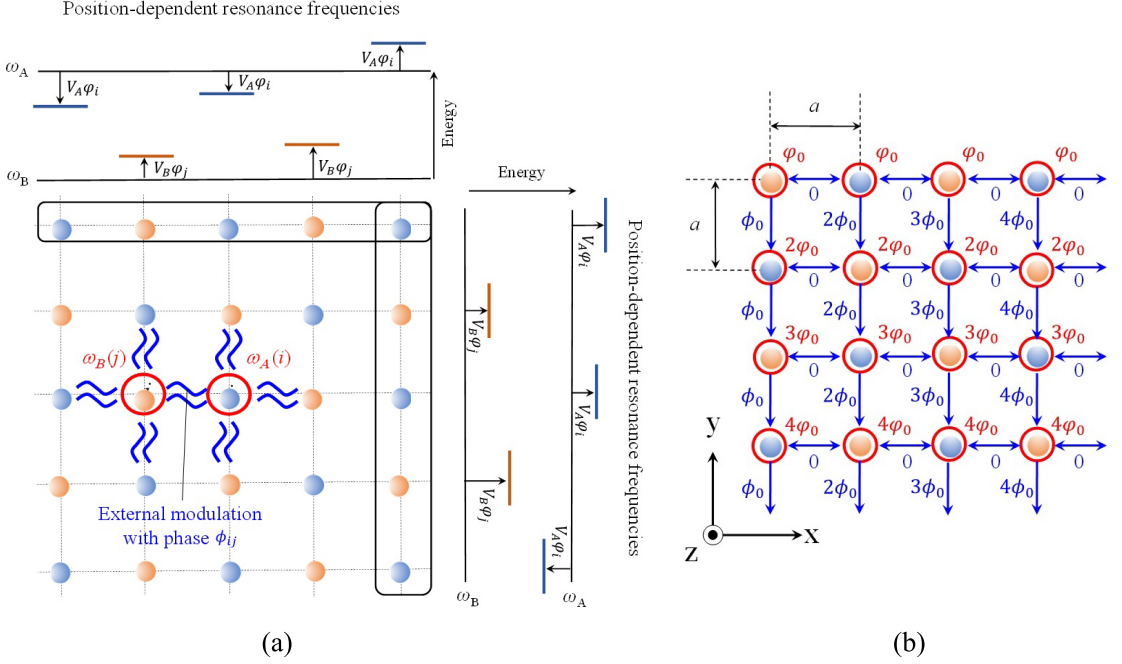


図 9 非対称変換光学を実現するための光格子モデル
Fig. 9 Optical lattice for generating an electromagnetic field for photons.

下の二つの項に分ける.

$$H_0 = \sum_i \omega_A a_i^\dagger a_i + \sum_j \omega_B b_j^\dagger b_j \quad (57)$$

$$H_{\text{int}} = \sum_i V_A \cos \Phi_i \cdot a_i^\dagger a_i + \sum_j V_B \cos \Phi_j \cdot b_j^\dagger b_j + \sum_{\langle ij \rangle} V \cos(\Omega t + \phi_{ij}) (a_i^\dagger b_j + b_j^\dagger a_i) \quad (58)$$

ここで、一般的に $[\hat{h}, \hat{d}] = n\hat{d}$ のとき、 $e^{\hat{h}} \hat{d} e^{-\hat{h}} = e^n \hat{d}$ が成立するので、以下の式を得る.

$$[H_0, \hat{a}_i] = \omega_A \hat{a}_i \quad (59)$$

よって相互作用表示は、自然単位系のもとで以下の式で与えられる.

$$\hat{a}_I(t) = e^{\frac{iH_0 t}{\hbar}} \hat{a} e^{-\frac{iH_0 t}{\hbar}} = e^{\frac{i\omega_A t}{\hbar}} \hat{a} (= c_i) \quad (60)$$

このときシュレディンガー方程式は

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle_I = H_{\text{int}} |\psi(t)\rangle_I$$

$$|\psi(t)\rangle_I = e^{-iH_{\text{int}} t} |\psi(0)\rangle \quad (61)$$

となる. また、 H_{int} については、隣接間相互作用の項

に回転波近似を適用することで 2ω の項を落とすことができ、最終的には以下の式で与えられる.

$$H_{\text{int}} = \sum_i V_A \cos \Phi_i \cdot a_i^\dagger a_i + \sum_j V_B \cos \Phi_j \cdot b_j^\dagger b_j + \sum_{\langle ij \rangle} V \cos(\Omega t + \phi_{ij}) (a_i^\dagger b_j + b_j^\dagger a_i) \cong \sum_{\langle i \rangle} \frac{V_A}{2} (e^{-i\Phi_i} c_i^\dagger c_i + e^{i\Phi_i} c_i^\dagger c_i) + \sum_{\langle j \rangle} \frac{V_B}{2} (e^{-i\Phi_j} c_j^\dagger c_j + e^{i\Phi_j} c_j^\dagger c_j) + \frac{V}{2} \sum_{\langle ij \rangle} (e^{-i\phi_{ij}} c_i^\dagger c_j + e^{i\phi_{ij}} c_j^\dagger c_i) \quad (62)$$

$$(c_{i(j)}) = e^{i\omega_{A(B)} t} a_i(b_j))$$

この式は、電磁場下における強束縛モデルの電子のハミルトニアンと同じ式の形となる [30], [31]. 具体的には、第 1, 2 項が電場下における電子の運動を表し、第 3 項が磁場下における電子の運動を示している. これより隣接格子間の位相差 ϕ_{ij} と格子の各サイトにおける共振状態の変化 Φ_i を適当な値に設定することで、光子にクーロン力とローレンツ力に相当するような力がかかることになる. 以降、それらの力を発生させる

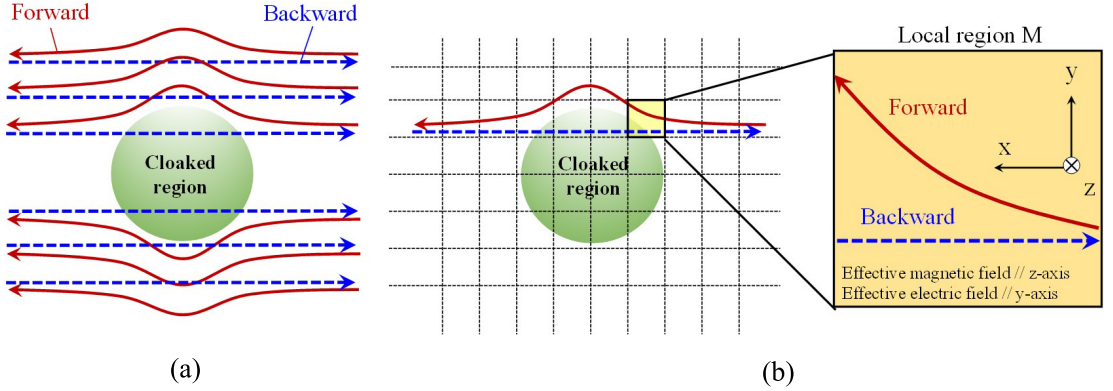


図 10 非対称光学迷彩の設計方法

Fig. 10 Ray trajectory for nonreciprocal cloaking. (a) Optical path for forward/backward direction. (b) Directing light to follow the designated optical path.

場を、各々、有効電場、有効磁場と呼ぶことにする。

7.2 非対称光学迷彩の設計

本節では、7.1 の理論をもとにした非対称光学迷彩の設計方法について述べる。具体的な設計方法は、以下の手順となる。

1. 実現したい非対称光学迷彩の光子軌道を設定する
2. 空間を適当な数に分解し、それぞれの局所領域における光子運動を考える
3. 希望の光子運動を与える有効電磁場を解析し、それぞれの局所空間における格子パラメータを決定する

Toy model として左右から来た光線が図 10 a のような軌道を描く非対称光学迷彩を仮定する（左側からの光はシールド領域を迂回して進み、右側からの光はそのまま進行するような最も単純なモデル）。ここで、空間を適当な数に分解し、それぞれの局所領域において設計を行う。一例として局所領域 M を考えると、領域内での光の軌道はおおよそ図 10 b のようになる。もし、面に垂直な方向に一樣な有効磁場を発生させ、面内方向かつ光の伝搬方向と垂直な方向に一樣な有効電場を発生させれば、この光の軌道に近づけることができる。あとは、このような有効電磁場がかかるように、局所領域 M の格子パラメータを設定すればよい。

ここで、有効電場の大きさは、各格子の共振特性の場所依存性 Φ_l で決定され、

$$-\int E_{eff} dl = -\frac{\hbar^2}{2em} \frac{\Phi_l}{a^2} \quad (63)$$

となる。また、有効磁場の大きさは、隣接格子間の変調位相差 ϕ_{ij} で決定され、

$$B_{eff} = \frac{1}{a^2} \oint A(\vec{X}) \cdot d\vec{X} \quad (64)$$

$$\left(\phi_{ij} = -\frac{2\pi}{\phi_0} \int_{\vec{X}_i}^{\vec{X}_j} A(\vec{X}) \cdot d\vec{X} \right)$$

で与えられる。

解析にあたっては、ハミルトニアンとして相互作用表示における式 (56) を用いる。ここで、局所領域 M の適当な方向に、図 10 b に示すような一樣な有効電場及び有効磁場をかけるために、各格子におけるパラメータ分布として、定数 φ_0 、 ϕ_0 からなる図 9 b のようなモデルを用いるのが適当である。式 (63) (64) から、このときの有効電場は $-\varphi_0/a$ 、有効磁場は ϕ_0/a^2 、となる。

このハミルトニアンで記述される系に、局所領域の中心に 1 光子状態の初期条件として次の波束を入射する（単一光子の波動関数がガウス分布していると仮定する）。

$$|\psi(0)\rangle = C \sum_{(m,n)} e^{-\frac{\sigma}{2}(m-m_0)^2 - \frac{\sigma}{2}(n-n_0)^2} e^{ikm} a_{m,n}^\dagger |0\rangle \quad (65)$$

ここで、 C は波動関数の規格化因子、 σ は波束の広がり、 (m_0, n_0) は波束の中心、 k は伝播方向の波数を表す（式 (65) では伝搬方向は x 軸方向としている）。この初期状態の時間発展は

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt} |\psi(0)\rangle \quad (66)$$

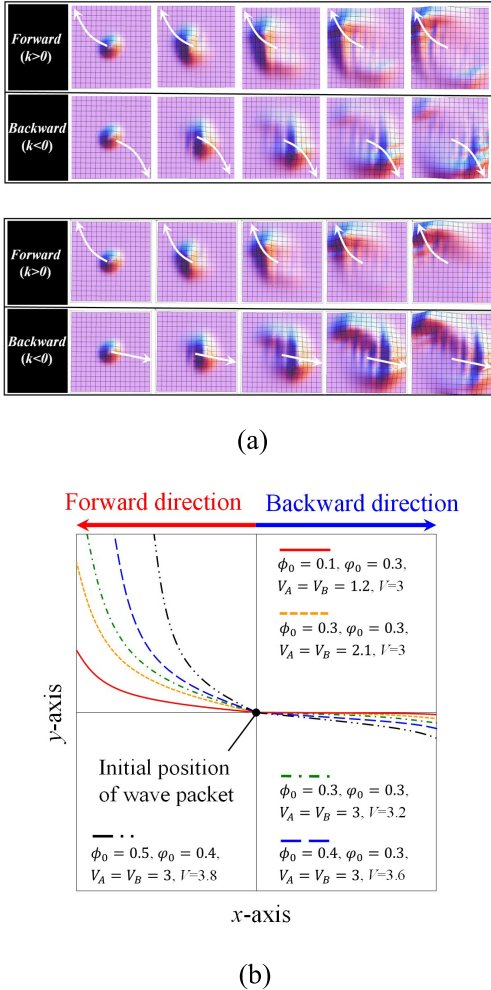


図 11 局所領域における光の軌道解析
 Fig. 11 Time development of photon wavefunction for forward and backward propagation; (a) snapshots for 5 time steps; (b) nonreciprocal movement of photon for various parameter sets.

で与えられる．時刻 t での波束の中心を (m_t, n_t) とすると，これをプロットすることで入射光子の運動を求めることができる．

解析結果を図 11 に示す．図 11a では，有効磁場ののみ与えられているとき ($V = 3$)，有効電場及び磁場の両方が与えられているとき ($V = 3, V_A = V_B = 2$) において光子の軌道を解析している．ここで，初期条件として計算領域の中心に式 (65) で与えられる 1 光子状態を入力し，伝搬方向を x 方向， $-x$ 方向で変化させている．ハミルトニアン の位相分布としては

$\varphi_0 = 0.3, \phi_0 = 0.3$ を仮定し，時間発展については式 (66) を 8 次の項までテイラー展開することで計算を行っている．

図 11a に示すとおり，有効磁場ののみ与えられているときは，左右両方向に伝搬する光子に対して，同じ大きさの擬似的なローレンツ力がかかり，180 度回転対称に曲がっていく様子が見て取れる．逆に，有効電場及び磁場の両方が与えられているときの光子の軌道は，左方向 ($-x$ 方向) に伝搬するものについては，有効磁場による擬似的なローレンツ力を強める方向に有効電場からの力がかかるため更に大きく曲がり，右方向 (x 方向) に伝搬するものに対しては，擬似的なローレンツ力を打ち消す方向に力がかかるため，直線に近づく様子が見て取れる．上記以外にも，光格子のパラメータを様々に変化させることで，左右両方向を伝搬する光について様々な非対称軌道を描かせることが可能になる (図 11b 参照)．

最後に，光格子の実現方法について簡単に触れる．対象とする光 (電磁波) の周波数によって理想とする材料系が異なり，低周波のときは微細金属コイルをベースとするメタマテリアル同軸アレー [28], [29]，高周波のときは dipole mode を有するフォトニック結晶共振器アレー [26], [28] を用いることが望ましい．格子間の相互作用も含めた光格子の設計については，紙面の都合上それぞれの論文に譲るので，一読願えればと思う．

8. む す び

光，流体，音，そして熱，それぞれの迷彩を作り出すための理論を解説してきたが，それぞれのマイルストーンとなった論文を辿ることで，変換物理学の意図するところを多少なりお伝えできたとすれば幸いである．対称系の変換物理学において，その理論の根幹を成すのは“重力を介して事象を眺める”というプロセスである．カモフラージュに必要な媒質のパラメータを直接的に求めるのではなく，別の物理現象を介して全体を眺めることで，それが容易になることが変換物理学の強みとなる．

また，それと併せて，近年になって提案された非対称系の変換光学についての解説も行った．この理論は時間反転対称性を破ることができるという点において，従来の理論とは一線を画している．同様に，流体，音などについても非対称の変換物理学が存在する可能性がある (図 1 を再度確認のこと)．この場合，電子の

動きではなく、より汎用性のある全く別の物理現象に置き換えて考える必要があるかもしれない。これについても、近い将来、新たな進展があるだろう。

また、カモフラージュに限らず、変換物理学に似たようなことは様々な分野に存在する。近年発展が著しいトポロジカル絶縁体などはその典型であり、工学における固体電子物性と数学における位相幾何学が上手く結びついた例である。今後同じような流れで分野間に新しいブレイクスルーが起きることを期待したい。多くの研究が成熟しつつある現代において、そのような異分野間の繋がりにこそ、今後の科学の発展はあるのではないだろうか。

文 献

- [1] J.B. Conrey, "The Riemann hypothesis," *Notices of the American Mathematical Society*, vol.50, no.3, pp.341–353, 2003.
- [2] <http://cosmictimes.gsfc.nasa.gov/teachers/downloads/newsletters/1919NLLateEd.pdf>
- [3] J.B. Pendry, D. Schuring, and D.R. Smith, "Controlling electromagnetic fields," *Science*, vol.312, no.5781, pp.1780–1782, 2006.
- [4] U. Leonhardt, "Optical conformal mapping," *Science*, vol.312, no.5781, pp.1777–1780, 2006.
- [5] U. Leonhardt, "Notes on conformal invisibility devices," *New J. Phys.*, vol.8, no.118, pp.1–16, 2006.
- [6] J. Li and J.B. Pendry, "Hiding under the carpet: A new strategy for cloaking," *Phys. Rev. Lett.*, vol.101, no.20, 203901, 2008.
- [7] J. Valentine, J. Li, T. Zentgraf, G. Bartal, and X. Zhang, "An optical cloak made of dielectrics," *Nature Materials*, vol.8, no.7, pp.568–571, 2009.
- [8] エリ・デ・ランダウ, イェ・エム・リフシッツ, 場の古典論 (第6版), pp.285–287, 東京図書, 2010.
- [9] B. Zhang, "Electrodynamics of transformation-based invisibility cloaking," *Light: Science & Applications*, vol.1, e32, Oct. 2012.
- [10] U. Leonhardt and T.G. Philbin, *Geometry and Light: The Science of Invisibility*, Dover Books on Physics, 2012.
- [11] シドニー・バーコウィッツ, 遅い光と魔法の透明マント: クローキング、テレポーテーション、メタマテリアルを実現した光の科学の最先端, 草思社, 2014.
- [12] 雨宮智宏, 透明マントを求めて〜天狗の隠れ蓑からメタマテリアルまで〜, ディスカヴァー・トゥエンティワン, 2014.
- [13] S. Linden, C. Enkrich, G. Dolling, M.W. Klein, J. Zhou, T. Koschny, C.M. Soukoulis, S. Burger, F. Schmidt, and M. Wegener, "Photonic metamaterials: magnetism at optical frequencies," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol.12, no.6, pp.1097–1105, 2006.
- [14] C.M. Soukoulis and M. Wegener, "Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials," *Nature Photonics*, vol.5, no.9, pp.523–530, 2011.
- [15] N.I. Zheludev and Y.S. Kivshar, "From metamaterials to metadevices," *Nature Materials*, vol.11, no.11, pp.917–924, 2012.
- [16] S.A. Ramakrishna and T.M. Grzegorzczak, *Physics and Applications of Negative Refractive Index Materials*, CRC Press and SPIE Press, 2008.
- [17] W.G. Unruh, "Experimental Black-Hole Evaporation?," *Phys. Rev. Lett.*, vol.46, no.21, pp.1351–1353, 1981.
- [18] S.A. Cummer and D. Schurig, "One path to acoustic cloaking," *New J. Phys.*, vol.9, no.45, pp.1–8, 2007.
- [19] H.Y. Chen and C.T. Chan, "Acoustic cloaking in three dimensions using acoustic metamaterials," *Appl. Phys. Lett.*, vol.91, no.18, 183518, 2007.
- [20] S.A. Cummer, M. Rahm, and D. Schurig, "Material parameters and vector scaling in transformation acoustics," *New J. Phys.*, vol.10, 115025, pp.1–12, 2008.
- [21] A.N. Norris, "Acoustic cloaking theory," *Proc. of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, vol.464, no.2097, pp.2411–2434, 2008.
- [22] B.-I. Popa, L. Zigoneanu, and S.A. Cummer, "Experimental acoustic ground cloak in air," *Phys. Rev. Lett.*, vol.106, no.25, 253901, 2011.
- [23] L. Zigoneanu, B.-I. Popa, and S.A. Cummer, "Three-dimensional broadband omnidirectional acoustic ground cloak," *Nature Materials*, vol.13, no.4, pp.352–355, 2014.
- [24] S. Guenneau, C. Amra, and D. Veynante, "Transformation thermodynamics: cloaking and concentrating heat flux," *Optics Express*, vol.20, no.7, pp.8207–8218, 2012.
- [25] R. Schittny, R.M. Kadic, S. Guenneau, and M. Wegener, "Experiments on Transformation Thermodynamics: Molding the Flow of Heat," *Phys. Rev. Lett.*, vol.110, no.19, 195901, 2013.
- [26] T. Amemiya, M. Taki, T. Kanazawa, T. Hiratani, and S. Arai, "Optical Lattice Model Towards Non-reciprocal Invisibility Cloaking," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol.51, no.3, 6100110, 2015.
- [27] R.O. Umucallar and I. Carusotto, "Artificial gauge field for photons in coupled cavity arrays," *Phys. Rev. A*, vol.84, no.4, 043804, Oct. 2011.
- [28] K. Fang, Z. Yu, and S. Fan, "Realizing effective magnetic field for photons by controlling the phase of dynamic modulation," *Nature Photon.*, vol.6, no.11, pp.782–787, 2012.
- [29] K. Fang and S. Fan, "Effective magnetic field for photons based on the magneto-optical effect," *Phys. Rev. A*, vol.88, no.4, 043847, 2013.
- [30] J.M. Luttinger, "The effect of a magnetic field on

electrons in a periodic potential,” Phys. Rev., vol.84, no.4, pp.814–817, Nov. 1951.

- [31] M. Graf and P. Vogl, “Electromagnetic fields and dielectric response in empirical tight-binding theory,” Phys. Rev. B, vol.51, no.8, pp.4940–4949, Feb. 1995.
(平成 27 年 9 月 8 日受付, 28 年 3 月 11 日公開)



雨宮 智宏

2004 年 3 月東京大学工学部電子工学科卒, 2009 年 3 月同大学院工学系研究科電子工学専攻修了, 博士 (工学). 同年 4 月より東京工業大学量子ナノエレクトロニクス研究センター助教. 専門は, 集積フォ

トニクス, 光通信デバイス, メタマテリアル, プラズモニクス. 2008 IEEE Graduate Student Fellowships, 2012 年度コニカミノルタ画像科学奨励賞, 2015 年度矢崎学術賞などを受賞.



瀧 雅人

2004 年 3 月東京大学理学部物理学科卒, 2009 年 3 月同大学院理学系研究科物理学専攻修了, 博士 (理学). 同年 4 月より京都大学基礎物理学研究所研究員を経て, 2013 年 4 月より理化学研究所理論科学連携研究推進グループ専任研究員. 現在, 5-D

N=1 超対称ゲージ理論, Alday-Gaiotto-Tachikawa (AGT) 対応の研究に従事.



金澤 徹

2002 年 3 月東京工業大学工学部電子物理工学科卒, 2007 年 3 月同大学院総合理工学研究科電子物理学専攻修了, 博士 (工学). 同年 4 月より同大学院理工学研究科産学官連携研究員を経て, 2008 年 4 月より同大学院総合理工学研究科物理情報シ

ステム創造専攻助教. 現在, 半導体電子デバイスの研究に従事.



平谷 拓生 (学生員)

2012 年 3 月金沢大学電子情報学類卒, 2014 年 3 月東京工業大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻博士前期課程修了. 2014 年 4 月より同大学院博士後期課程に在学中. 現在, チップ上光配線に向けた極低消費電力・高速動作可能な光デバイ

スの研究に従事.



荒井 滋久 (正員:フェロー)

1977 年 3 月東京工業大学工学部電子工学科卒, 1982 年 3 月同大学院理工学研究科電子工学専攻修了, 博士 (工学). 1982 年 4 月より同大学院電子物理学専攻助手を経て, 1987 年助教授, 1994 年 12 月量子効果エレクトロニクス研究センター教授, 2004 年 4 月より量子ナノエレクトロニクス研究センター教授. 1983 年 4 月より 1984 年 9 月まで AT&T ベル研究所客員研究員. 専門は, 光・量子電子工学, 光エレクトロニクス, 光通信. 現在, チップ上光配線に向けた極低消費電力光デバイスの研究に従事. 電子情報通信学会論文賞 (1987), Michael Lunn Memorial Award (2000), 文部科学大臣表彰 科学技術賞 (2008), 電子情報通信学会エレクトロニクスソサイエティ賞 (2008), 同業績賞 (2011) などを受賞.