

## Weitere spezielle Folge primitiver pythagoräischer Dreiecke

## Vorwort:

Dieser Artikel nimmt Bezug auf FIRSTOV und den dort vorgestellten Transformationen, mit denen sich nach EUKLIDS Formel genau drei Arten von Bäumen von primitiven pythagoräischen Dreiecken (A,B,C) erzeugen lassen. Speziell wird dort die Transformation  $h_2 \circ h_1$  betrachtet.

## Aussage:

Ausgehend von der Wurzel des Baums mit dem kleinsten pythagoräischen Dreieck  $ppt(0)=\{3,4,5\}$  bzw.  $pe(0)=\{p,q\}=\{2,1\}$  in EUKLIDS Formel  $A = p^2 - q^2$ ,  $B = 2 \cdot p \cdot q$ ,  $C = p^2 + q^2$  kann mittels sukzessiv wiederholtem inneren Produkt mit der Matrix  $H21 = \begin{Bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{Bmatrix}$  von links mit  $\{2,1\}$  und EUKLIDS Formel die spezielle Folge:

$\{3, 4, 5\}, \{21, 20, 29\}, \{105, 88, 137\}, \{465, 368, 593\}, \{1953, 1504, 2465\}, \{8001, 6080, 10049\}, \{32385, 24448, 40577\}, \{130305, 98048, 163073\}, \{522753, 392704, 653825\}, \{2094081, 1571840, 2618369\}, \{8382465, 6289408, 10479617\}, \dots$

von primitiven pythagoräischen Dreiecken berechnet werden.

Somit gilt:  $pe(n)=H21^n \cdot pe(0)$ .

Die derart gebildeten  $pe(n)$  haben die allgemeine Form:  $\{-1 + 3 \cdot 2^n, 2^n\}$  für  $0 \leq n$ .

Die nach EUKLIDS Formel gebildeten Dreiecke

$A(n)=A134057(n+2)$ ,

$B(n)=A093357(n+2)$ ,

$C(n)=5, 29, 137, 593, 2465, 10049, 40577, \dots$

konvergieren im Grenzübergang  $n \rightarrow \infty$  zur Form  $(3 : 4 : 5)$ .

## Referenzen:

V. E. FIRSTOV, A Special Matrix Transformation Semigroup of Primitive Pairs and the Genealogy of Pythagorean Triples; Mathematical Notes, volume 84, number 2, August 2008, pages 263-279, (in Russisch); siehe dazu: [https://en.wikipedia.org/wiki/Tree\\_of\\_primitive\\_Pythagorean\\_triples](https://en.wikipedia.org/wiki/Tree_of_primitive_Pythagorean_triples)