

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/339390781>

# Analysis the predictability of the annual concentrations of PM<sub>2.5</sub> in Quito, applying the entropy of Kolmogórov–Sinai 1

Article · January 2020

CITATIONS

0

READS

22

3 authors, including:



**Marco Pino Vallejo**

Universidad Nacional de Chimborazo (UNACH)

4 PUBLICATIONS 1 CITATION

[SEE PROFILE](#)



**Alfonso Rodrigo Tierra**

Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE

78 PUBLICATIONS 158 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



EVALUACIÓN DE LA PRECISIÓN DE LAS COORDENADAS PLANIMÉTRICAS DEL NAVEGADOR GPS GARMIN USANDO EL FORMATO RINEX [View project](#)



ANÁLISIS ESPACIAL GEOLÓGICO, GEOMORFOLÓGICO E HÍDRICO PARA LA ASIGNACIÓN DE LOS VALORES DE VELOCIDAD DEL CAMPO DE VELOCIDADES VEC-EC [View project](#)

# ANÁLISIS DE LA PREDICTIBILIDAD DE LAS CONCENTRACIONES ANUALES DE PM2.5 EN QUITO, APLICANDO LA ENTROPÍA DE KOLMOGÓROV-SINAI

**Analysis the predictability of the annual concentrations of PM2.5 in Quito, applying the entropy of Kolmogórov-Sinai**

<sup>1</sup>Marco-Vinicio Pino-Vallejo\*, <sup>2</sup>Alfonso-Rodrigo Tierra-Criollo, <sup>3</sup>Nelly-Patricia Perugachi-Cahueñas

<sup>1</sup>Universidad Nacional de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.

<sup>2</sup>Universidad de las Fuerzas Armadas, Quito, Ecuador.

<sup>3</sup>Escuela Superior Politécnica de Chimborazo ESPOCH, Riobamba, Ecuador.

\*marcopinovallejo@hotmail.com

## Resumen

El material particulado de 2.5 micras conocido como PM2.5, se encuentran en el aire urbano, principalmente debido a la contaminación vehicular. Los efectos en la salud son irreversibles debido a que por su dimensión puede alojarse permanentemente en los alvéolos pulmonares. El objetivo de la investigación fue analizar la predictibilidad de las concentraciones de PM2.5 en Quito-Ecuador (0°13'12.46 "S, 78 ° 30'36.97" O, altura 2830 m), mediante la entropía de Kolmogórov-Sinai. Se utilizaron los datos históricos de las concentraciones de PM2.5, registrados por la Red de Monitoreo Atmosférico Metropolitano de Quito del período 2005-2016. Previo al análisis de predictibilidad se calcularon los parámetros de tiempo de retardo, la dimensión de encaje y exponentes de Lyapunov que determinan la dinámica del sistema, para procesar los datos se usa el modelo Tisian. El mayor número de exponentes positivos de Lyapunov se encuentran en los años 2011, 2013 y 2016. La entropía de Kolmogórov-Sinai tiene una tendencia a incrementarse en el transcurso de los 12 años analizados, lo cual implica una disminución en la predictibilidad de los datos de PM2.5, debido a la pérdida de información a lo largo de la evolución del sistema.

**Palabras Claves:** Material Particulado PM2.5, Tiempo de Retardo, Dimensión de Encaje, Exponentes de Lyapunov, Entropía de Kolmogórov-Sinai

## Abstract

The particulate material of 2.5 microns known as PM2.5 is found in urban air, mainly due to vehicular contamination. The health effects are irreversible because by their size it can permanently lodge in the pulmonary alveoli. The objective of the research was to analyze the predictability of PM2.5 concentrations in Quito-Ecuador (0-13'12.46"S, 78'30'36.97" O, height 2830 m), using the entropy of Kolmogórov-Sinai. The historical data of the concentrations of PM2.5, recorded by the Quito Metropolitan Atmospheric Monitoring Network from 2005-2016, were used. Prior to the predictivity analysis, the time delay parameters, the fit dimension and the Lyapunov exponents that determine the system dynamics, were calculated. The Tisian model is used to process the data. The largest number of positive exponents of Lyapunov are found in 2011, 2013 and 2016. Kolmogorov-Sinai entropy has a tendency to increase over the course of the 12 years analyzed, which implies a decrease in the predictability of PM2.5 data, due to the loss of information over the course of the system evolution.

**Keywords:** PM2.5 Particulate Material, Delay Time, Lace Dimension, Lyapunov Exponents, Kolmogórov-Sinai Entropy

Fecha de recepción: 03-10-2018

Fecha de aceptación: 23-12-2019

## I. INTRODUCCIÓN

El material particulado de 2.5 micras (PM2.5), conocido como polvo en suspensión es respirable debido a su dimensión aerodinámica y al ingresar al sistema respiratorio puede alojarse permanentemente en los alvéolos pulmonares con efectos adversos para la salud (1). Este contaminante atmosférico se origina a partir de la combustión de combustibles fósiles, procesos industriales, agricultura, construcción de carreteras, procesos erosivos y la extracción de material pétreo (2). En la atmósfera urbana el 70% y 80% de PM2.5, se origina por el tráfico vehicular (3). El valor fijado por la Organización de la Salud para concentraciones anuales de PM2.5 es de 10 µg/m<sup>3</sup>. El resultado del estudio de calidad del aire realizado entre el 2016 en el Distrito Metropolitano de Quito supera las normas nacionales y de la OMS (4).

El control de la contaminación por PM2.5 pasa por diferentes etapas, desde las normativas, políticas, educativas y técnico científicas, cuya efectividad de pende de su cumplimiento y avance tecnológico-científico, lamentablemente desde el punto de vista científico presenta grandes dificultades por ser un sistema complejo, impredecible y aparentemente caótico (5). Los especialistas en dinámica no lineal usan la palabra “caos” como un término técnico con un significado matemático preciso para definir un comportamiento irregular e impredecible de un sistema que es determinístico y no lineal (6,7).

Desde el descubrimiento de la impredecibilidad en los sistemas determinísticos, los cuales conllevaron al estudio de sistemas dinámicos, muchos trabajos de investigación fueron desarrollados para encontrar las propiedades del caos con los cuales poder clasificar estos sistemas (8,9). Por ejemplo, indicadores dinámicos como la sensibilidad a las condiciones iniciales, los exponentes de Lyapunov, la entropía de Kolmogorov-Sinai, entre otros, fueron desarrollados para hacer una caracterización más precisa de estos sistemas (10,11).

Así por ejemplo, aparecen los denominados “sistemas-K” que exhiben una propiedad matemática conocida como “mezcla”, es decir una entropía de Kolmogorov-Sinai positiva. Esto significa que los sis-

temas en cuestión son extremadamente sensibles a las condiciones iniciales, de modo que dos trayectorias inicialmente próximas divergen según una tasa exponencial. Esta tasa es medida por los exponentes de Lyapunov, que son equivalentes a la entropía de Kolmogorov-Sinai y pueden ser fácilmente calculados, para establecer el grado de coticidad y la factibilidad de que puedan ser predichos (12).

Con estos antecedentes el objetivo de la investigación es analizar el grado de predictibilidad de las concentraciones de PM2.5 del período 2005-2016 monitoreados en Quito-Ecuador, mediante sistemas dinámicos no lineales en base a la entropía de Kolmogórov-Sinai (13).

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

Para el análisis de las concentraciones de material particulado PM2.5 del período 2005-2016 en Quito-Ecuador, se utilizaron los datos históricos de las registrados Red de Monitoreo Atmosférico Metropolitano de Quito. Para el análisis no lineal se aplicó los programas del modelo Tisean v.2.0 (13).

Para la reducción del ruido se utilizó el programa nrlazy, para calcular el Tiempo de Retardo se utilizó el programa mutual, para la dimensión de encaje el programa false neighbors y para los Exponentes de Lyapunov el programa lyap\_spec. Para el análisis de la entropía Kolmogórov-Sinai se sumaron los exponentes positivos de Lyapunov de cada año.

### Reducción del ruido

El estudio de series de datos puede llevar a sacar conclusiones erróneas ya que los datos que se toman como magnitud de la variable a analizar suelen estar influidas por varios factores que introducen distorsiones a las que se denomina ruido y por lo tanto no permiten observar con claridad los patrones dinámicos que se quiere analizar (14). El algoritmo no lineal más simple para la reducción de ruido consiste en reemplazar la coordenada central de cada vector de encaje, por un promedio local de esta coordenada, como se expresa en la ecuación 1:

$$S_{n-\frac{m}{2}} = \frac{1}{U^n_e} \sum_{S_n \in U^n_e} S'_{n-\frac{m}{2}} \quad (1)$$

Al escoger una m dimensión de encaje y un ade-

cuado tiempo de retardo  $\tau$ , por cada vector de encaje  $S_n$  se forma una vecindad  $U_n^e$ , se forma en el espacio de fase que contiene todos los puntos  $S_n$  tal que  $\|S_n - S'\| < \varepsilon$ , donde  $\varepsilon$  es el radio de la vecindad, que debe ser lo suficientemente grande para cubrir la extensión de ruido y  $S'$  el espacio de fase inicial (15). Por cada vector de encaje  $S_n = (S_{n-(m-1)}, \dots, S_n)$  con  $\lambda=1$ , la coordenada corregida es  $S_{n-(m/2)}$ , se calcula como el promedio sobre la vecindad  $U_n^e$ .

### Tiempo de Retardo

El tiempo de retardo, es el paso más importante en el análisis del espacio de fases, es la técnica de reconstrucción del sistema, formando vectores y ejecutando una proyección en el espacio de fases, que es un espacio físico que permite detectar variables dinámicas, en este método se busca la relación biunívoca de los datos en el espacio de las fases (16).

El método de reconstrucción de espacio de fase más importante es el método de retardo. Los vectores en un nuevo espacio, el espacio de empotramiento, se forman a partir de los valores retardados de las mediciones escalares expresado en la ecuación 2:

$$S_n = (S_{n-(m-1)\tau}, S_{n-(m-2)\tau}, \dots, S_n) \quad (2)$$

El número  $m$  de elementos se denomina dimensión de retardo, el tiempo  $\tau$  se denomina generalmente retardo. Los teoremas incorporados por Takens (17) y por Sauer, Yorke and Casdagli, concluyen que  $S_n$  son mediciones escalares del estado de un sistema dinámico, entonces bajo este criterio, la incorporación de retardo de tiempo proporciona una imagen uno a uno del conjunto original  $x$  siempre que  $m$  sea lo suficientemente grande. Si  $N$  mediciones escalares están disponibles, el número de vectores de inclusión se estima que será  $N-(m-1)\tau$ . (18)

### Dimensión de Encaje

La idea del algoritmo del falso vecino es que para cada punto  $\hat{S}_i$  en la serie de tiempo busque su vecino más cercano  $\hat{S}_j$  en un espacio  $m$ -dimensional. Por lo tanto calcula la distancia  $\|\hat{S}_i - \hat{S}_j\|$ , que reincide en ambos puntos. Como se expresa en la ecuación 3:

$$Ri = \frac{|S_{i+1} - S_{j+1}|}{\|\hat{S}_i - \hat{S}_j\|} \quad (3)$$

Al exceder  $S_i$  un umbral heurístico determinado  $St$ ,

este punto está marcado como un vecino falso vecino (18). El criterio de que la dimensión de encaje es lo suficientemente alta, es la fracción de puntos para la cual  $S_i > St$  es cero, o al menos suficientemente pequeño. Si la relación de la distancia de la interacción y del vecino más cercano excede a un valor determinado, el punto se marca como un vecino equivocado. (19)

### Exponentes de Lyapunov

El cálculo del espectro completo de Lyapunov requiere considerablemente más esfuerzo que el exponente máximo (20). El proceso consiste en una estimación de los Jacobianos locales, es decir, de la dinámica linealizada que gobierna el crecimiento de las perturbaciones infinitesimales. El caos surge del crecimiento exponencial de las perturbaciones infinitesimales es así que para garantizar el análisis de esta inestabilidad están los exponentes de Lyapunov, que cuantifican el momento que dos trayectorias se alejan, como se expresa en la ecuación 4:

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \left( \frac{r(t)}{r} \right) \quad (4)$$

Donde:  $r(t)$  es el semi-eje mayor de una elipse,  $r$  es el radio pequeño y  $t$  es el tiempo grande, en general se establece  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \dots \dots \lambda_d$ . En un sistema caótico al menos un exponente de Lyapunov es positivo. (21)

### Entropía de Kolmogórov-Sinai

Este tipo de entropía también llamada métrica ( $h$ ), mide la pérdida de información a lo largo de la evolución del sistema. Como se expresa en la ecuación 6, este tipo de entropía es determinada por la suma de exponentes positivos de Lyapunov (22,23). Tiene importante significado cuando se aplica a sistemas de los cuales no se dispone más que de series temporales de valores de determinada variable.

$$h = \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i \quad (5)$$

Este tipo de entropía se relaciona con la previsibilidad que expresa una escala de tiempo promedio hasta la cual las predicciones pueden ser posibles (24). Esta cantidad invariante intrínseca del sistema tiene una relevancia singular para la caracterización de la previsibilidad (25). Los valores más altos de  $h$

implican valores más bajos de la predictibilidad  $1/h$ , es decir, cuanto más caótico, menos predecible.

### III. RESULTADOS

A continuación se exponen los resultados del procesamiento las series de datos anuales de las concentraciones de PM2.5 dentro del período 2005-2016.

Años	Tiempo de Retardo	Dimensión de Encaje
2005	9	8
2006	9	7
2007	8	7
2008	9	9
2009	10	6
2010	9	10
2011	10	12
2012	10	7
2013	9	15
2014	9	11
2015	10	7
2016	9	16

Tabla 1. Tiempo de Retardo y Dimensión de Encaje

En la Tabla 1, se indican los valores del Tiempo de Retardo que representan los primeros mínimos de la función de correlación *mutual información*, en el espacio de las fases, además de los valores de la Dimensión de Encaje que usa la función *false neighbors*, en la cual debe ser cero su valor para tener el valor óptimo de dicha dimensión (11), estos resultados permiten reconstruir la serie de datos en el espacio de las fases y determinar los coeficientes de Lyapunov.

Años	Exponentes de Lyapunov					
	1	2	3	4	5	6
2005	0.0102	0.0043				
2006	0.0102	0.0034				
2007	0.0076	0.0015				
2008	0.0064	0.0025				
2009	0.0082	0.0011				
2010	0.0081	0.0044	0.0009			
2011	0.0072	0.0048	0.0024	0.0001		
2012	0.0086	0.0023				
2013	0.0103	0.0074	0.0053	0.0033	0.0015	
2014	0.0081	0.0045	0.0018			
2015	0.0077	0.0018				
2016	0.0115	0.0081	0.0060	0.0042	0.0025	0.0004

Tabla 2. Exponentes positivos de Lyapunov

En la Tabla 2, se observan los resultados de los cálculos de los exponentes de Lyapunov positivos encontrados en la serie de datos, que permiten establecer que es un sistema hipercaótico.

Años	Entropía K-S
2005	0.0145
2006	0.0137
2007	0.0091
2008	0.0089
2009	0.0093
2010	0.0134
2011	0.0146
2012	0.0109
2013	0.0278
2014	0.0144
2015	0.0095
2016	0.0326

Tabla 3. Entropía de Kolmogórov-Sinai

En la Tabla 3, se encuentran la sumatoria de los exponentes de Lyapunov positivos que conforman los valores de la Entropía Kolmogórov-Sinai (K-S).

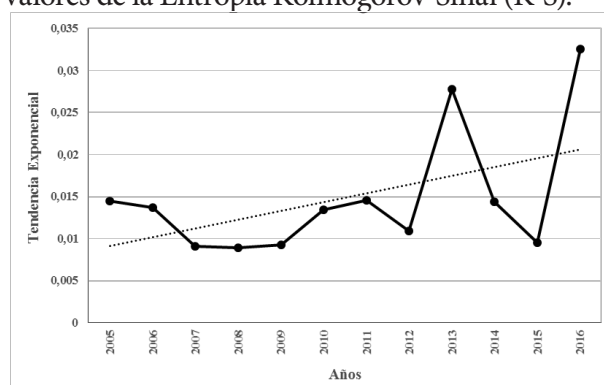


Figura 1. Entropía de Kolmogórov-Sinai para las concentraciones anuales de PM2.5 del período 2005 - 2016

En la Figura 1 de la Tabla 3, se puede observar una tendencia a aumentar de la entropía de Kolmogórov-Sinai.

### IV. DISCUSIÓN

En el procesamiento de las series de datos anuales de las concentraciones de PM2.5 dentro del período 2005-2016, se identifican variaciones significativas a partir del año 2010 tanto en los valores que constituyen la reconstrucción de los datos en un espacio multidimensional que determinan el Tiempo de Retención como en la dimensión mínima en el espacio de las fases referentes a la Dimensión de Encaje.



El número de exponentes positivos de Lyapunov, demuestran que existen perturbaciones infinitesimales en las series de datos de las concentraciones anuales de PM<sub>2.5</sub>, cuya sumatoria establece una tendencia creciente a partir del año 2010 que se incrementa drásticamente en los años 2011, 2013 y 2016, dentro el principio de la entropía de Kolmogórov-Sinai estos valores se interpretan como la pérdida de información en la serie de datos, que a medida que se incrementan dificultan más la predictibilidad del sistema usando la teoría del caos.

## V. CONCLUSIONES

El número de exponentes de Lyapunov, establecen en promedio una dinámica hipercaótica, al presentar más de un coeficiente positivo en los 12 años analizados.

La tendencia de los valores que representan la entropía de Kolmogórov-Sinai es creciente, por lo que se determinan que la predictibilidad para las concentraciones anuales de PM<sub>2.5</sub> es cada vez menos probable usando la teoría del caos, debido a la pérdida de información del sistema en el tiempo.

## Referencias

1. Linares Cristina, Díaz Julio. Efecto de las partículas de diámetro inferior a 2,5 micras (PM<sub>2.5</sub>) sobre los ingresos hospitalarios en niños menores de 10 años en Madrid. *Gac Sanit.* 2009; 23(3): 192-197. Disponible en: [http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0213-91112009000300005&lng=es](http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0213-91112009000300005&lng=es).
2. Rojas Bracho, Leonora; Garibay Bravo, Verónica Las partículas suspendidas, aeropartículas o aerosoles: ¿hacen daño a la salud?; ¿podemos hacer algo? *Gaceta Ecológica*, núm. 69, octubre-diciembre, 2003, pp. 29-44.
3. Ballester, F; Querol, X and Medina, S. Situación actual, prioridades de actuación y necesidades de investigación en contaminación atmosférica y salud en España: conclusiones del taller AIRNET de Barcelona. *Gac Sanit.* 2007; (2007), 21:70-5.
4. Secretaría del Ambiente, Informe de calidad del aire en el Distrito Metropolitano de Quito 2016, acceso 3 de junio de 2019, [http://www.quitoambiente.gob.ec/ambiente/images/Secretaria\\_Ambiente/red\\_monitoreo/informacion/ICA2016.pdf](http://www.quitoambiente.gob.ec/ambiente/images/Secretaria_Ambiente/red_monitoreo/informacion/ICA2016.pdf).
5. Chuquer, David & Ampudia Vásquez, Santiago & Cruz, Carolina & Bustamante, Leonardo & Ramirez Cevallos, Francisco & reina, carlos. (2018). Contaminación del aire a filo de calle en quito, caso estudio Guayaquil y Espejo, *Revista Perfiles*. 2. 90-99.
6. Alligood, K; Sauer, T and Yorke, J., *Chaos an introduction to dynamical systems*. New York, Springer-Verlag, 1996.
7. Hilborn, R.C., *Chaos and Nonlinear Dynamics: An Introduction for Scientists and Engineers*. Oxford University Press, New York, Oxford, 1994.
8. Hegger, R; Kantz, H and Schreiber, T. Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package, *Chaos*, 1999, 9, 413; <https://doi.org/10.1063/1.166424>.
9. Escudero I. y Haro A., "Modelación y pronóstico del potencial energético hídrico del río Blanco del cantón Riobamba usando la teoría del caos y un método convencional", *Rev. XVI Jornadas de estadística e informática*, Guayaquil, Ecuador, 2010.
10. Garín F. Janampa A., Juan M. Pesantes R. y Martín B. Sandoval C., Generalization of the kolmogorov-sinai entropy: z-logistic maps, *Anales Científicos*, 2015, 76, 237-240
11. Da- Hai Xia et al., Atmospheric corrosion assessed from corrosion images using fuzzy Kolmogorov-Sinai entropy, *Corrosion Science*, 2017, 120, 251-256.
12. Das, Moupriya and Costa, Anthony B. and Green, Jason R, Extensivity and additivity of the Kolmogorov-Sinai entropy for simple fluids, *American Physical Society, Phys. Rev.*, 2017, E 95, 022102.
13. Pinos M., "Estimación del cambio climático en la ciudad de Riobamba usando la teoría del caos", Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Chimborazo, Ecuador, 2002.
14. Fraedrich, K., Estimating weather and climate predictability on attractors. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1987, 44, 722-728.
15. Fernández, D. Reducción del ruido y predicción de series temporales de alta frecuencia mediante sistemas dinámicos no lineales y técnicas neurales. Banco Nacional de Uruguay. Disponible en 2014. <http://www.bvrie.gub.uy/local/File/doctrab/2014/1.2014.pdf>.
16. Kennel, M, Brown, R and Abarbanel, H, Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Phys. Rev.*, 1992. A 45, 3403.

17. Sauer, T; Yorke, J and Casdagli, M., *Embedology*, J. Stat. Phys. 1991, 65, 579.
18. Takens, F., *Detecting strange attractors in turbulence*, Lecture notes in Math. v.898, Springer-Verlag, New York, pp. 366-381, 1981.
19. Bejar J., *Caracterización de datos electrocardiográficos mediante la teoría del caos*, Informe final convenio ESPOCH-FUNDACYT, Riobamba, Ecuador, 2001.
20. Taher A. zar and Vaidyanathan S., *Advances in Chaos Theory and Intelligent Control*, Springer International Publishing Switzerland 2016.
21. Ruelle D., “Early chaos theory”, *Physics Today*, pp. 27, May, 2013.
22. Inga Stolz, and Karsten Keller, Tom Meyerovitch, Sieye Ryu, *A general symbolic approach to Kolmogorov-Sinai entropy*, *Entropy* 2017, 19, 675.
23. Santos Burguete C., “Física del caos en Predicción Meteorológica. Edi. Digital AEMET, 2018.
24. Haro, A., Llosas Y., Lamaico C., *Predicción de datos meteorológicos en cortos intervalos de tiempo en la ciudad de Riobamba usando la Teoría del Caos. Sistemas Cibernética e Informática*, 2016, 13, 35:41.
25. Van Beijeren, H. and Dorfman, J. R. and Posch, H. A. and Dellago, Ch., *Kolmogorov-Sinai entropy for dilute gases in equilibrium*. American Physical Society, 1997, 5272—5277.