

Nicolas Rouche, fondateur de l'école de Louvain en équations différentielles*

Jean Mawhin

J'ai écrit dans le résumé de cet exposé que les chats avaient sept vies, et que Nicolas Rouche n'avait rien à leur envier. En tant que mathématicien de l'ancienne école, je me dois de justifier une telle affirmation. J'espère que le héros du jour me pardonnera de situer mon propos au sein d'un bref rappel biographique.

Pendant la période troublée de la 'drôle de guerre' et de la vraie qui a suivi, Nicolas Rouche fait, à l'Athénée de Huy, sa ville natale, des humanités gréco-latines – déjà couronnées de prix et de médaille – et une scientifique spéciale, avant de s'engager comme volontaire de guerre en 1944.

Il devient Liégeois en 1945, et conquiert successivement à l'Université de la Cité ardente les grades d'Ingénieur civil électricien, courants forts, en 1950 et courants faibles en 1951. Fidèle à sa formation, c'est d'ailleurs en courant que Nicolas Rouche a longtemps entretenu une forme physique que chacun lui envie.

Dédaignant déjà les filières toutes faites, Nicolas Rouche étrenne ces diplômes techniques en devenant, pour un an, assistant du professeur Florent Bureau – à qui nous devons un récent et substantiel enrichissement de notre bibliothèque – qui enseigne à Liège l'analyse et la mécanique. Nicolas Rouche passe l'année suivante à l'Institut de mathématiques et de mécanique de l'université de New York (le futur Courant Institute), et s'initie aux oscillations non linéaires sous la direction du Professeur Stoker. Le virus est attrapé, même si l'incubation sera longue.

Se souvenant peut-être qu'il était ingénieur, Nicolas Rouche commet, dans sa deuxième vie, sa seule infidélité à la vie académique et à la communauté française en travaillant, entre 1953 et 1957, au Département d'Automation de la Bell Telephone à Anvers. Il s'occupe d'un sujet brûlant, les machines à calculer digitales, qui lui donnent l'occasion de réfléchir et de publier, sur des questions d'algèbre booléenne. Il consacre ses soirées aux oscillations des circuits non linéaires, puisqu'il soutient à Liège, en 1955, avec les félicitations du Jury, une thèse d'Agrégation de l'enseignement universitaire sur le sujet "Étude du régime de synchronisation de deux oscillateurs couplés".

Sa troisième vie le conduit en Afrique, à Léopoldville (Kinshasa aujourd'hui), comme chargé de cours en 1957, puis professeur ordinaire et doyen de la fac-

*Colloque Epistémologie et enseignement des mathématiques en l'honneur de Nicolas Rouche, Louvain-la-Neuve, 2002

ulté polytechnique en 1958, à l'Université Lovanium. Les jeunes qui m'écoutent constateront que les promotions étaient alors – comme les trains – plus rapides qu'aujourd'hui. Autre temps sans doute, et autre lieu peut-être. L'augmentation de température accroît la vitesse des réactions chimiques, y compris, sans doute, dans le cerveau des recteurs. En jetant un bref coup d'oeil sur l'activité scientifique et organisatrice de Nicolas Rouche à Lovanium, on décèle nettement les éléments qui se retrouveront dans ses vies suivantes, à Louvain, Louvain-la-Neuve, et Nivelles. Il suffit pour cela de consulter la série de *Rapports de recherches du Laboratoire d'électricité*, qu'il a contribué à créer, et qu'il n'a pas cessé d'alimenter :

No. 1 – 1960 – Rouche, Neiryck, Joos de ter Beerst : Théorie des circuits non linéaires filtrés.

No. 2 – 1961 – Rouche : Étude théorique d'une boucle non linéaire

No. 5 – 1964 – Rouche : Sections et graphes eulériens en analyse des réseaux

Un rapport est consacré à un Séminaire organisé du 16 au 18 avril 1962 sur des *Questions de dynamique des systèmes*. On y trouve traités les sujets suivants : théorie des circuits non linéaires (Neiryck) – Théories de Cypkin (Joos de ter Beerst) – Théorie des graphes pondérés (Neiryck) – Équations de Hill et de Mathieu (Kamp) – Oscillations forcées de systèmes non linéaires du second ordre (Guissard) – Deuxième méthode de Lyapunov (Rouche) – Systèmes aléatoirement excités (de La Vallée Poussin).

Voilà dont peut-être, jusqu'à ce qu'une découverte archéologique nous révèle une éventuelle manifestation antérieure, le premier exposé de Nicolas Rouche sur la deuxième méthode de Lyapunov en théorie de la stabilité, dont nous aurons à reparler en détail.

En 1962, des événements connus ramènent Nicolas Rouche en Belgique, o il devient Professeur ordinaire à la Faculté des Sciences Appliquées de l'Université Catholique de Louvain. Dès l'aube de cette quatrième vie, il jette des ponts entre des hommes et des groupes jusque là dispersés ou séparés, et se fait mathématicien pour revitaliser une équipe louvaniste qui, en cette année de la disparition du maître Charles-Jean de La Vallée Poussin, sort difficilement d'une période léthargique. L'ingénieur électricien se fait aussi mécanicien, n'étonnant que ceux qui n'ont pas lu ses réflexions sur les analogies électromécaniques et les équations de Lagrange. Nicolas Rouche organise dès 1964 un *Séminaire de mécanique théorique*, qui rapproche les spécialistes de mécanique terrestre et de mécanique céleste, comme le révèle le programme des exposés, tous rédigés et distribués :

1964-65 : principes généraux de mécanique analytique – théorèmes généraux sur les équations différentielles – systèmes linéaires périodiques (Rouche) – solutions périodiques (Godart) – zéros des fonctions holomorphes (Roels).

1965-66 : méthode de Poincaré pour solutions périodiques (Rouche) – Surfaces de section (Godart) – Stabilité des solutions périodiques (Roels) – deuxième méthode de Lyapunov (Rouche) – calcul approché des exposants caractéristiques (Delie).

1966-67 : méthode de Hill pour exposants caractéristiques (Godart) – méthode de Coddington-Levinson pour solutions périodiques (Rouche) – Lemaître et problème des trois corps (Dejaiffe) – stabilité partielle : méthode de Matrosov (Peiffer) – Stabilité du mouvement (Rouche) – problèmes des deux corps à masse variable (Guillaume).

On constate chez Nicolas Rouche un intérêt croissant pour la théorie de la stabilité et pour les solutions périodiques.

Cette revitalisation du groupe de mathématiques va de pair avec un souci de rapprocher les mathématiciens et les utilisateurs de mathématiques dispersés dans différentes facultés de l'Alma Mater. Nicolas Rouche est, avec un autre rapatrié d'Afrique, René Lavendhomme, à la base de la création de l'Institut de mathématique pure et appliquée (IMPA), institut interfacultaire destiné à regrouper les membres de l'Université de Louvain intéressés, à l'un ou l'autre titre, par les mathématiques. L'avant-projet de création date du 12 juin 1967, le projet est présenté en faculté des sciences le 12 février 1968 et l'autorisation des autorités arrive en janvier 1969. Un exemple de rapidité qui devrait faire réfléchir nos décideurs académiques, plus soucieux d'efficacité dans leurs discours que dans leur gestion. La première réunion de l'IMPA se tient 12 février 1969, convoquée par Lavendhomme, président de la commission de mathématique de la faculté des sciences et Rouche, président de la commission de mathématique de la faculté des sciences appliquées. La liste des membres soulève une nostalgie certaine :

Académiques : Ballieu, Bol, Dedecker, Delmez, Hildenbrand, Lavendhomme, Meinguet, Paris, Roels, Rouche.

Scientifiques : Callewaert-Berckmans, Corne, Danloy, Debiève, Delfosse, Duhoux, Hardy, Henrard, Louterman, Lucas, Matthys, Mavinga, Meeus, Mertens, Muyldermans, Neuville, Peiffer, Van den Bossche, Vanhorenbeek, Wybou

tout autant que celle des membres associés :

Académiques : Belevitch, Berthet, Bossy, Boury, David, Debroux, de Ghellinck, Goethals, Godart, Gorez, Melchior, Neiryneck, Speiser, Vandevoorde.

Scientifiques : Berger, Carthe, David, Duhoux, Etienne, Gérard, Houben, Jucquois, Leboutte, Raucq, Yen, Zandarin.

Nicolas Rouche est élu premier président de l'IMPA. Il le reste jusqu'en 1973.

Les vicissitudes de l'Université ont quelque peu rabaissé les moyens et les pouvoirs de cet Institut de Mathématique Pure et Appliquée, qui a dû y adapter ses ambitions. Mais l'Institut existe toujours et gère, entre autres choses, les postes de professeurs visiteurs, la publication des rapports de recherche et le Colloquium de mathématique.

Il n'est pas de vie mathématique active sans doctorants, et Nicolas Rouche le sait mieux que quiconque. C'est par héritage pourtant qu'il a acquis ses premiers : les deux Jacques, Roels, récemment disparu, et Henrard, aujourd'hui professeur à Namur, abandonnés par leur patron de thèse, André Deprit, parti précipitamment pour les Amériques. Leurs thèses portent sur des questions de mécanique céleste. Les sujets des deux doctorants suivants, Karl Peiffer et

Christian Fabry, reflètent beaucoup mieux les intérêts de Nicolas Rouche, respectivement la stabilité et les solutions périodiques. Peiffer et Fabry défendent leur thèse en 1968, et aucun des deux n'a pu me dire dans quel ordre.

C'est de janvier 1968 que datent mes premiers contacts avec l'équipe de Nicolas Rouche. Je travaillais alors, à l'Institut d'Astrophysique de l'Université de Liège, sur les solutions périodiques d'équations différentielles non linéaires, dans le secret espoir, jamais réalisé d'ailleurs, d'apporter quelques lumières à l'étude théorique des étoiles variables, sujet de prédilection de mon patron de thèse, l'astrophysicien Paul Ledoux. Christian Fabry remarqua un article que j'avais publié dans le *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège* – il n'était pas encore question, à l'époque, de coefficients d'impact – et, en février 1968, Nicolas Rouche m'invita à faire, à Heverlee, mon premier exposé à l'étranger (Heverlee étant en dehors de la Principauté de Liège). Je devins aussitôt un auditeur assidu du *Séminaire de mécanique non linéaire* qui avait remplacé le Séminaire de mécanique, et participai, le 27 novembre 1968, à une journée sur la *Mécanique non linéaire des systèmes possédant un nombre fini de degrés de liberté*. Ce fut l'occasion de reconstruire les membres du groupe de l'ULB, dirigé par le regretté Paul Janssens. Je retrouvai Nicolas Rouche en juillet 1969 à Kiev, à l'*International Conference on Nonlinear Oscillations*. L'excursion en bateau sur le Dniepr fut source de rencontres scientifiques intéressantes et fructueuses, ici avec Maurice Roseau et Peter Seibert, tandis que les escales témoignaient d'un éclectisme vestimentaire surprenant.

Mes jours liégeois étaient comptés et je me retrouvais pour la dernière fois sous les couleurs principautaires au CNRS de Marseille, à la mi-septembre 1970, pour le congrès international *Equadiff 70*, organisé par le regretté Théodore Vogel. Les Marseillais, les Louvanistes et les Bruxellois formaient l'essentiel de la petite cinquantaine de participants, à côté de quelques grandes pointures du monde non linéaire, qui avaient participé, la semaine précédente, au Congrès International des Mathématiciens de Nice. Non content de susciter d'intenses discussions mathématiques et des excursions botaniques, Nicolas Rouche utilisait toutes ses ressources intellectuelles et physiques pour charmer les beautés locales.

Les efforts fructueux de Nicolas Rouche m'avaient fait nommer chargé de cours associé à l'UCL en octobre 1970, où j'intégrais une équipe nombreuse et déjà familière formée, à côté des "anciens" Roels, Peiffer et Fabry, d'un dynamique trio de doctorants formé de Jean-Louis Corne, Édouard Muyldermans, Patrick Habets, auquel allaient se joindre Michel Laloy, Dang Chau Phien, un chercheur italien confirmé, Corrado Risito et mon premier doctorant, Benoît Laloux, récemment disparu. Tout ce groupe animait avec enthousiasme les différents séminaires de mécanique non linéaire qui, entre 1969 et 1974, portèrent sur les sujets suivants :

1969-70 : Étude de Bhatia-Szegö Dynamical systems. Stability theory and applications

1970-71 : Stabilité et attractivité : premier jet d'un futur ouvrage

1971-72 : Étude de Ladas-Lakshmikantham Differential equations in abstract

spaces

1972-74 : Perturbations singulières.

Le groupe se retrouvait aussi dans des activités plus festives comme la descente de la Lesse en kayak et les déjeûners culturels chez le poète roumain Michel Steriade.

Les thèses de doctorat dirigées par Nicolas Rouche se succédèrent à un rythme soutenu : Muyltermans et Dang Chau Phien en 1972, Habets et Corne en 1973, Laloy en 1974. Toutes donnèrent lieu à des publications, souvent en commun avec leur promoteur. Les enseignements et les séminaires débouchèrent sur la rédaction d'ouvrages. Chargé depuis plusieurs années du cours d'équations différentielles ordinaires pour les futurs licenciés en mathématique et ingénieurs en mathématique appliquée, Nicolas Rouche me proposa de collaborer à une refonte de ses notes. Il en résulta un ouvrage en deux volumes, *Équations différentielles ordinaires* publié en 1973 chez Masson, qui comblait une lacune dans la littérature mathématique française, à une époque où, à l'exemple de Bourbaki, les exposés se limitaient au problème local de Cauchy et aux équations linéaires. Ceux qui connaissent l'attachement de Nicolas Rouche à la langue française jugeront s'il apprécia vraiment la plaisanterie d'un collègue d'Outre-Quévrain qui annonça, un jour, qu'il préparait une traduction de l'ouvrage du belge en français. Plus sérieusement, le tome II verra une traduction anglaise en 1980, mais les négociations avec la Communauté Wallonie-Bruxelles pour une traduction wallonne sont toujours en cours, suite à la rivalité entre Liège et Charleroi.

Le séminaire de 1971-72 a donné naissance, après bien des métamorphoses, au livre *Stability Theory by Liapunov's Direct Method* de Rouche, Habets et Laloy, publié chez Springer en 1977. La double caractéristique de cet ouvrage est de présenter les concepts et les propriétés avec un maximum de rigueur et de précision, tout en les illustrant par des applications tirées non seulement de la mécanique et de la technique, mais aussi de la chimie, la biologie, la démographie et l'économie. Paru à une époque où les chercheurs commençaient à préférer le chaos à la stabilité, il constitue aujourd'hui encore le meilleur ouvrage de référence sur la stabilité, et a été traduit en russe et en hongrois. Il n'y a plus eu cette fois de proposition d'Outre-Quévrain pour le traduire en français.

Mais il est peut-être temps de dire quelques mots de cette deuxième méthode de Lyapunov, qui a joué un si grand rôle dans la vie scientifique de Nicolas Rouche. Parlons d'abord de Lyapunov. Alexandr Mikhailovich Lyapunov naît en 1857, fils de l'astronome Mikhail Vasilievich Lyapunov, qui travailla à l'université de Kazan, avant de devenir directeur du Lycée de Yaroslavl. Le frère de Lyapunov, Sergéi fut compositeur et un autre frère, Boris, un spécialiste renommé de philologie slave, membre de l'Académie des Sciences soviétique. Lyapunov reçut son éducation élémentaire à la maison, avant d'être élève au Gymnasium de Nizhny Novgorod et d'entrer à la Faculté de Physique et de Mathématique à l'Université de St. Petersbourg. Il y est grandement influencé par Pavnoty .L. Chebychev, diplômé en 1880 et obtient sa maîtrise en 1884 avec une thèse sur *La stabilité des formes d'équilibre ellipsoïdales d'un fluide en rota-*

tion. Il enseigne la mécanique comme Privatdocent à l'Université de Kharkov, o il publie, 1892 (en Russe) son mémoire aujourd'hui classique *Le problème général de la stabilité du mouvement*, défendu la même année comme dissertation doctorale à l'Université de Moscou. En 1893, Lyapunov devient professeur à Kharkov et fait des recherches sur le problème de Dirichlet et le calcul des probabilités. En 1901, il est élu membre de l'Académie des sciences de St. Petersburg, au fauteuil laissé vacant pendant sept ans après la mort de Chebychev. En 1917, dans l'espoir d'améliorer la santé de son épouse, souffrant d'une forme grave de tuberculose, Lyapunov part pour Odessa, o il enseigne à l'université. Mais son épouse meurt le 31 octobre 1918 et Lyapunov se suicide le même jour. Suivant sa volonté, il est enterré auprès de son épouse. Et dire qu'il est des pédagogues bornés pour affirmer que les mathématiques dessèchent le coeur.

La stabilité au sens de Lyapunov est, en quelque sorte, une dépendance continue de la solution d'un système différentiel par rapport à ses conditions initiales valable pour toutes les valeurs supérieures à l'instant initial. Dans le cas particulier de la stabilité de la solution nulle du système différentiel

$$x'(t) = f(t, x(t))$$

tel que $f(t, 0) = 0$ pour tout t , la deuxième méthode de Lyapunov ramène la preuve de cette stabilité à la recherche d'une fonction réelle $V(t, x)$ définie positive au voisinage de l'origine et dont la dérivée le long du champ vectoriel défini par le système, à savoir $V'(t, x) + \langle V'_x(t, x), f(t, x) \rangle$ est semi-définie négative au voisinage de cette origine. Si on remplace x dans cette expression par $x(t)$, avec $x(t)$ solution du système différentiel ci-dessus, alors cette expression n'est rien d'autre que la dérivée totale par rapport à t de la fonction $V(t, x(t))$. Il y a bien sûr de nombreuses variantes du concept de stabilité, et des théorèmes de Lyapunov correspondants.

La plupart des travaux de Nicolas Rouche consistent à remplacer la recherche d'une fonction de Lyapunov pour prouver un comportement asymptotique donné, par celle d'une famille (finie ou non) de telles fonctions, soumises à ces conditions moins restrictives. Ses résultats généralisent des théorèmes de Rumiantsev, Matrosov, Salvadori, LaSalle et d'autres. Ils sont contenus dans une quinzaine d'articles publiés entre 1967 et 1975, et lui ont valu, outre de nombreuses invitations à l'étranger pour conférences et congrès, le Prix Auguste Sacré de l'Académie Royale de Belgique en 1976.

Cette activité de création scientifique se double, comme par le passé, d'une activité d'organisateur. Le succès du congrès *Equadiff 70* avait suggéré aux participants de renouveler l'expérience et les Belges devaient prendre le relais et donner plus d'ampleur à la réunion. *Equadiff 73* se tient en septembre 1973, la moitié du temps à l'Université Libre de Bruxelles et l'autre moitié à l'Université Catholique de Louvain, dans son tout nouveau site de Louvain-la-Neuve. Il y a plus de deux cent participants venus de partout, et le temps est magnifique. Nicolas Rouche doit initier les participants aux arcanes d'une organisation à la belge – un habituel compromis philosophico-linguistico-géographique – et pousse le dévouement jusqu'à donner des leçons particulières aux secrétaires

bruxelloises. Les actes sont publiés – avant le congrès – dans les "Actualités scientifiques et industrielles Hermann", malgré le risque de porter ombrage porté aux célèbres *Éléments de mathématique* d'un autre Nicolas. Signalons que la tradition des congrès Equadiff se poursuit avec succès en Europe, puisque, après un *Equadiff 78* à Florence, un *Equadiff 82* à Wrzburg, un *Equadiff 87* à Xanthi, un *Equadiff 91* à Barcelone, un *Equadiff 95* à Lisbonne et un *Equadiff 99* à Berlin, le tour des belges revient en 2003, avec un *Equadiff 03* à Hasselt.

En juillet 1976, Nicolas Rouche organise encore à Louvain-la-Neuve une *Summer school on nonlinear functional differential and Volterra integral equations*, avec des cours donnés par des spécialistes comme Hale, Miller, Corduneanu, Kappel et Schmitt, et une importante participation internationale. Le soleil est de nouveau de la partie, comme le montre la photo.

Cette photo est peut-être le symbole d'une passation de responsabilités. C'est à cette époque en effet que commence la cinquième vie de Nicolas Rouche, puisqu'on voit poindre chez lui un vif intérêt pour la méthodologie de la géométrie dans l'enseignement secondaire. Ce n'est pas non plus, comme pour la théorie de la stabilité, une génération spontanée, et l'on peut en trouver les prémices dans l'un ou l'autre rapport ou l'un ou l'autre exposé. Cette cinquième vie est celle d'animateur du GEM à Louvain-la-Neuve, qui se prolonge en une sixième, celle de fondateur et de responsable du CREM à Nivelles. D'autres bien sûr en ont parlé et en parleront beaucoup mieux que moi.

Dès 1976 Nicolas Rouche a laissé son groupe d'équations différentielles aux mains des membres de l'équipe qui ont eu la chance d'obtenir un poste permanent à l'UCL. Il a gardé de solides relations amicales avec ses anciens collaborateurs, mais, pris entièrement par sa dernière passion, comme ce fut le cas à chacune de ses nouvelles vies, il a cessé d'en partager les activités scientifiques. Parmi ses nombreuses vocations, s'il en est une que Nicolas Rouche n'a jamais eu et n'aura jamais, c'est celle de belle-mère. Le groupe a diversifié ses intérêts, s'est renouvelé par l'apport d'un sang neuf, dont, malheureusement, la qualité l'emporte désespérément sur la quantité. Lesprit insufflé par Nicolas Rouche sest heureusement maintenu. Un quart de siècle d'amitié et de collaboration, de partage de tâches et d'information, un quart de siècle de passion. Le groupe a poursuivi et développé les relations internationales auxquelles tenait tant son fondateur, et a inondé la communauté mathématique de centaines d'articles et d'une dizaine d'ouvrages, consacrés à l'étude des problèmes aux limites non linéaires par des méthodes topologiques, analytiques et variationnelles. On lui a plus d'une fois attribué à l'étranger le nom d'École de Louvain. Je crains seulement que ce ne soit aussi son épitaphe, car les mousquetaires qui l'animent sont aujourd'hui blanchis sous le harnais, et se sont montrés, sous le règne de recteurs pourtant scientifiques, beaucoup moins efficaces dans le recrutement que le fut Nicolas Rouche sous le règne d'un recteur théologien. Les voies du Seigneur sont impénétrables, nous dit l'Écriture.

Et la septième vie de Nicolas Rouche me direz-vous ? Nous n'avons que l'embarras du choix. On pourrait décrire sa vie d'enseignant, ses réflexions de fond et de forme sur l'enseignement de la mécanique, sa participation active à bien des réformes, depuis celle des études d'ingénieur, jusqu'aux problèmes posés

par l'intégration européenne, qui lui valut le Prix Emile Bernheim en 1973. On pourrait parler de son engagement social, on pourrait parler de sa vie de famille.

Je conclurai par une proposition plus modeste et beaucoup plus personnelle. Nicolas Rouche m'a ouvert à l'Université de Louvain une carrière qui m'a apporté bien des joies. Nous avons écrit ensemble un livre, nous avons siégé ensemble dans de nombreuses commissions et de nombreux comités, ici et ailleurs, nous avons participé ensemble à de nombreux congrès. Et pourtant, nous nous vouvoyons toujours.

Il y a là peut-être, un moyen simple de commencer une huitième vie, et je forme des vœux pour qu'elle soit, comme les autres, longue, agréable, fructueuse, et peuplée damis fidèles.