

PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADOR FUZZY PARA UM PÊNDULO INVERTIDO

Fabício da Costa Koehlert – fabriciock@globocom

Fernando Kentaro Inaba – fkinaba@uol.com.br

Felipe Nascimento Martins – felipemartins@ucl.br

UCL – Faculdade do Centro Leste, Rod. ES-010, km 6, Serra – Espírito Santo – Brasil.

Resumo. *O pêndulo invertido é um problema clássico na área de sistemas de controle por ser inerentemente instável em malha aberta e por possuir característica dinâmica não linear. Consiste no problema de se equilibrar uma barra na posição vertical através da movimentação horizontal de sua base. O presente artigo descreve a modelagem e a identificação dos parâmetros do pêndulo invertido existente no Laboratório de Mecanismos e Automação da UCL. Também descreve a implementação de um controlador não-linear baseado em lógica fuzzy, que tem o objetivo de levantar e manter a haste do pêndulo na posição vertical mesmo na presença de distúrbios. O sistema de controle foi implementado utilizando a plataforma MATLAB/Simulink®, e a comunicação entre o computador e a planta é feita através de uma placa de aquisição de dados da National Instruments®.*

Palavras-chave: *Pêndulo invertido, Lógica Fuzzy, Controle Não-Linear*

1. INTRODUÇÃO

O pêndulo invertido é um problema muito abordado na área de sistemas de controle devido às suas características não linear e por ser inerentemente instável em malha aberta. Consiste no problema de elevar e equilibrar uma barra na posição vertical através da movimentação horizontal de um carro que percorre distâncias limitadas.

Por ser um problema clássico, é possível encontrar várias propostas de controle para esta planta na literatura. Dentre elas é possível citar estratégias utilizando rede neural de base radial (DRUMMOND; OLIVEIRA, BAUCHSPIESS, 1999), algoritmos genéticos (CAVALCANTI; ALSINA; FERNEDA, 1999), controlador PID (MAURALIKRISHNA; BRAVO; GUIMARÃES, 2005), adaptativo (SAIFIZUL; ZANION; OSMAN; AZLAN IBRAHIM, 2006), híbrido (MARVALL; ZHOU; ALONSO, 2005) e lógica fuzzy (TAVARES; SANTOS; NETO; JÚNIOR, 2006). Contudo, tais controladores são testados apenas em simulações ou apresentam limitações como não consideração de uma distância limitada de movimentação do carro ou mesmo a não abordagem do controle de elevação da haste.

A proposta deste trabalho é desenvolver um controlador utilizando lógica fuzzy para elevação e equilíbrio da haste na posição vertical bem como a modelagem e identificação dos parâmetros do pêndulo invertido e demonstrar os resultados obtidos de experimentos em laboratório.

2. Modelagem e identificação do pêndulo invertido

O pêndulo invertido existente no Laboratório de Mecanismos e Automação da UCL, mostrado na Figura 1, possui uma base de um metro na qual um carro se movimenta. Um motor de passo é utilizado para realizar a locomoção horizontal do carro e um potenciômetro de precisão serve como sensor de inclinação, indicando o ângulo da haste em relação à vertical.

O acionamento do motor de passo é feito por um circuito que necessita de dois sinais para controle: pulso e direção. O pulso é um sinal digital que possui a frequência com a qual o motor de passo deve operar, onde cada borda de subida do sinal representa um passo no motor. Portanto, a frequência desse sinal determina a velocidade de giro do motor e, portanto, de deslocamento do carro que sustenta a haste. A direção é um sinal digital que quando em zero representa a movimentação do carro para a direita, e quando em um, movimenta o carro para a esquerda.



Figura 1- Pêndulo invertido.

A comunicação entre o computador e a planta é feita através de uma placa de aquisição de dados da *National Instruments*[®]. O sistema de controle foi implementado utilizando a plataforma *MATLAB/Simulink*[®].

2.1 Modelagem matemática do pêndulo invertido

O sistema do pêndulo invertido está representado na Figura 2. A Tabela 1 mostra as siglas usadas na modelagem com suas respectivas descrições e unidades. As análises das forças atuantes na haste e no carro são feitas separadamente.

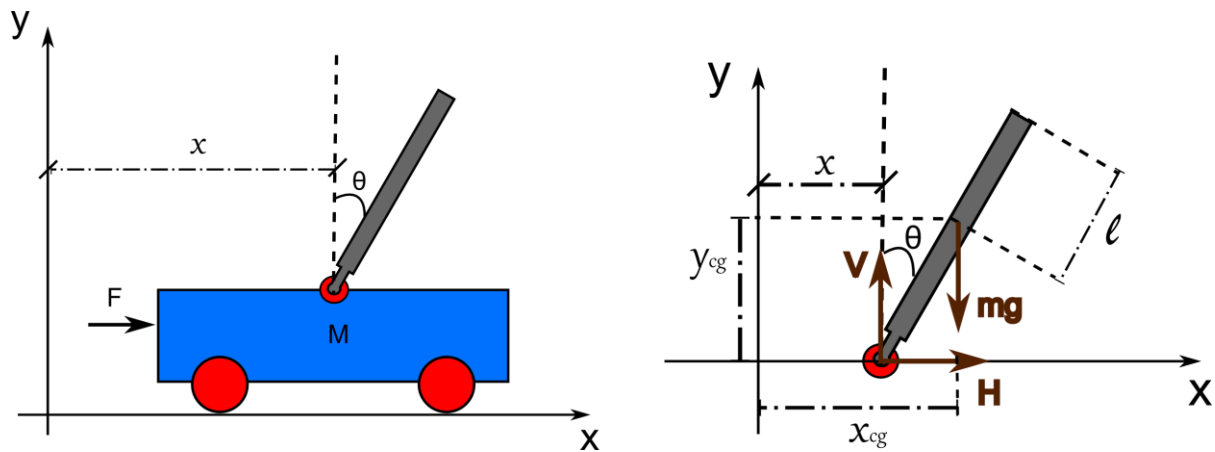


Figura 2- Sistema do pêndulo invertido e as forças atuantes na haste.

Tabela 1. Siglas, descrição e unidades utilizadas na modelagem do pêndulo

Siglas	Descrição	Valor/Unidade
m	Massa da haste	0,1135 [kg]
L	Metade do comprimento da haste	0,3 [m]
g	Aceleração da Gravidade	9,8 [m/s ²]
I	Momento de Inércia da haste	kg.m ²
θ	Ângulo que a haste faz com a horizontal	rad
c	Constante de Amortecimento viscoso do eixo do potenciômetro	N/rad/s
H	Força na direção horizontal	N
V	Força na direção vertical	N
M	Massa do carro	kg
x_{cg}	Coordenada do eixo x do centro de gravidade	m
y_{cg}	Coordenada do eixo y do centro de gravidade	m
K	Amplitude máxima do sinal senoidal amortecido obtido no experimento	V

Pelas forças atuantes na haste no eixo horizontal tem-se

$$H = m \times \frac{d^2}{dt^2} (x + L \sin \theta). \quad (1)$$

Para o eixo vertical,

$$V = m \times \frac{d^2}{dt^2} (L \cos \theta) + mg. \quad (2)$$

Pela conservação do momento tem-se

$$VL \sin \theta - HL \cos \theta = I \times mg \times \frac{d^2}{dt^2} \theta + c \frac{d}{dt} \theta. \quad (3)$$

Substituindo (1) e (2) em (3) têm-se

$$\ddot{\theta} (I + mL^2) = mL \ddot{x} \cos \theta + mL g \sin \theta - c \dot{\theta}. \quad (4)$$

Fazendo as análises das forças atuantes no carro tem-se que

$$F - H = M \times \ddot{x}, \quad (5)$$

e substituindo (1) em (5), resulta

$$F - mL (\ddot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 \sin \theta) = \ddot{x} (M + m) \quad (6)$$

As equações (4) e (6) foram utilizadas para montar o modelo no *MATLAB/Simulink*[®] e realizar as simulações do sistema não linear. Esta etapa foi importante para entender a dinâmica da planta, bem como para criar a base de regras utilizadas no controlador *fuzzy*.

2.2 Identificação dos parâmetros do modelo

Para identificação do amortecimento viscoso do eixo da haste, que também está ligado ao potenciômetro, foi realizado um ensaio com a planta operando como um pêndulo convencional (RIBEIRO, 2007). O modelo matemático que representa tal situação pode ser descrito por

$$\ddot{\theta}(I + mL^2) + c\dot{\theta} + mLg\text{sen}\theta = 0. \quad (7)$$

Assumindo variações pequenas de ângulo e que a haste é uniforme, a solução de (7) é dada por

$$\theta(t) = Ke^{-\xi w_n t} \text{sen}(w_d t + a), \quad (8)$$

onde

$$w_d = w_n \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (9)$$

$$2\xi w_n = \frac{3c}{4mL^2}, \quad (10)$$

e

$$w_n^2 = \frac{3g}{4L^2}. \quad (11)$$

Pela equação encontrada pode-se observar que a resposta será uma oscilação com frequência w_d e uma envoltória exponencial dada por $e^{-\xi w_n t}$, e assim é possível encontrar uma estimativa do valor do coeficiente viscoso do eixo do potenciômetro. A Figura 3 mostra o gráfico da coleta do experimento realizado onde a haste estava em uma posição paralela à base e então foi solta.

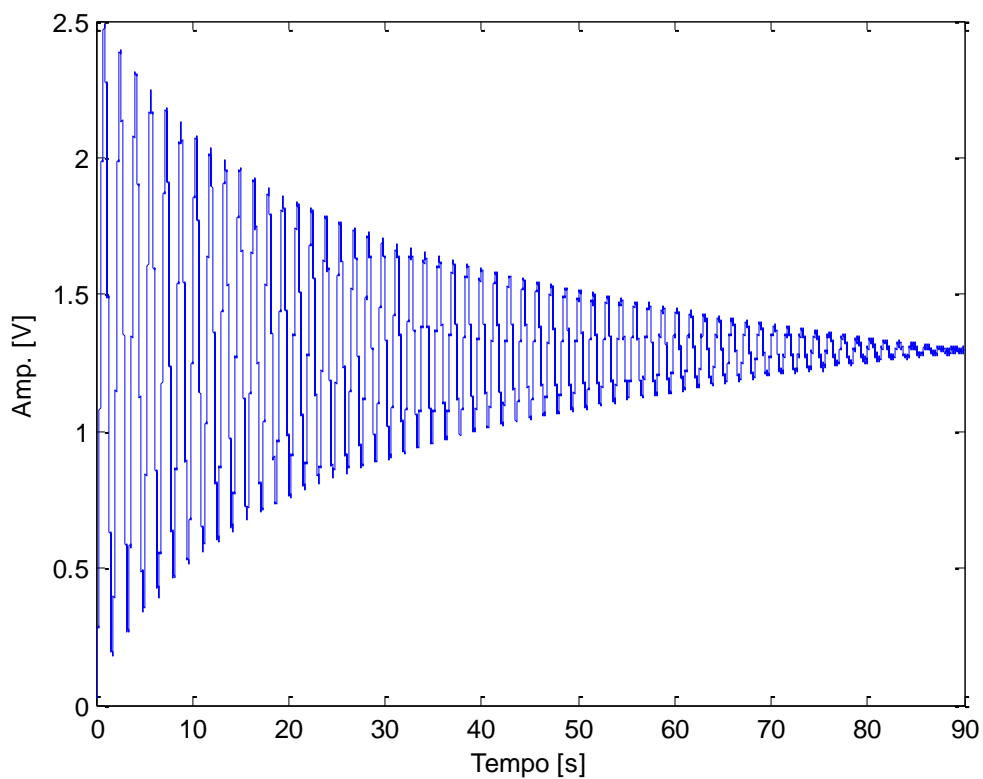


Figura 3- Gráfico dos dados coletados no experimento para estimar os parâmetros da planta.

Foram identificados a frequência de oscilação e os picos do sinal obtido no experimento. Então foi ajustada uma curva exponencial que melhor se aproximou dos picos e desta forma foi possível estimar o coeficiente

ente com que a exponencial decai. A Figura 4 mostra o gráfico da curva que melhor se ajustou aos pontos de picos.

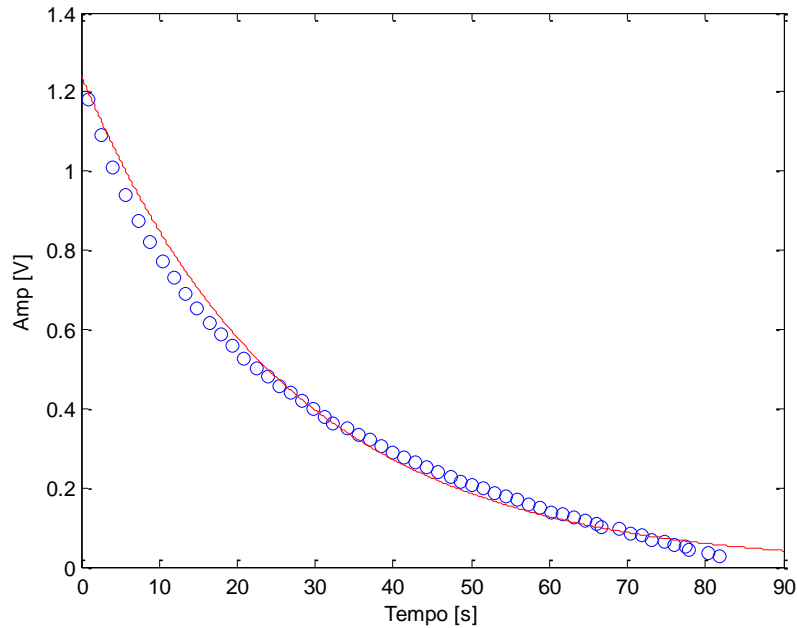


Figura 4- Curva que melhor ajustou aos pontos de pico correspondentes à envoltória dada pela exponencial.

A frequência de oscilação encontrada foi de $w_d = 0,667[Hz] = 4,188[rad / seg]$. O coeficiente da exponencial é $\xi w_n = 0,038$, portanto o valor estimado do coeficiente viscoso do eixo é

$$c = \frac{2\xi w_n 4mL^2}{3} = 1,05 \times 10^{-3} [N / rad / s]. \quad (12)$$

3. Controlador Fuzzy

O controlador *fuzzy* foi realizado em duas etapas: uma para elevação da haste e outra para equilíbrio da mesma na posição vertical. O modo como o controlador foi implementado permitiu um chaveamento entre os dois controladores automaticamente, onde as ações de controle só são tomadas em suas respectivas faixas de operação, ilustrada na Figura 5.

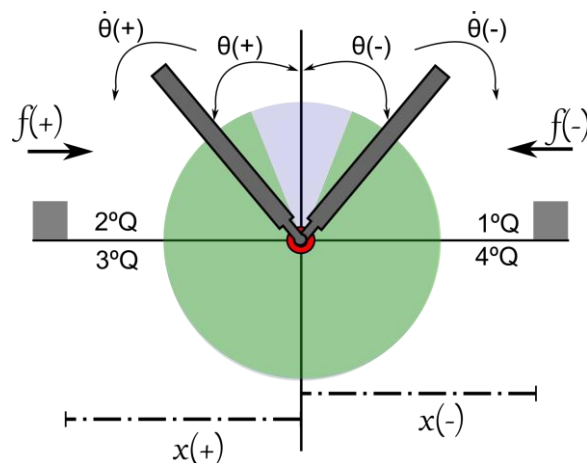


Figura 5- Regiões de ação dos controladores e convenção de sentidos das variáveis do sistema.

A região verde representa o ângulo onde o controlador que realiza elevação atua e a região azul o ângulo onde o controlador que mantém a haste em equilíbrio atua. É possível observar também a convenção de sentidos do ângulo, velocidade angular, posição e frequência que foram adotados para realização da lógica *fuzzy*.

3.1 Controle de elevação

Para a elevação da haste, como é desejável que ocorra o mais rápido possível, foram utilizados os valores máximos de frequência suportada pelo motor sem que haja perda de passo. Três entradas são utilizadas nesta etapa: erro angular, velocidade angular e posição. Quando a haste passar do 3º quadrante para o 4º quadrante com velocidade angular positiva, movimenta-se o carro para o sentido positivo de x. Quando a haste passar do 4º quadrante para o 3º quadrante com velocidade angular negativa, movimenta-se o carro para o sentido negativo de x.

As funções de pertinência da entrada e saída deste controlador são mostradas na Figura 6 e as regras são as apresentadas na Tabela 2, onde NG é Negativo Grande, PG é Positivo Grande; POS é positivo, NEG é Negativo; MPOS é Muito Positivo e MNEG é Muito Negativo.

Tabela 2. Regras do controlador *fuzzy* para elevação da haste

ANG	V _{ANG}	FREQ	X	FREQ
NG	POS	MNEG	NEG	MPOS
PG	NEG	MPOS	POS	MNEG

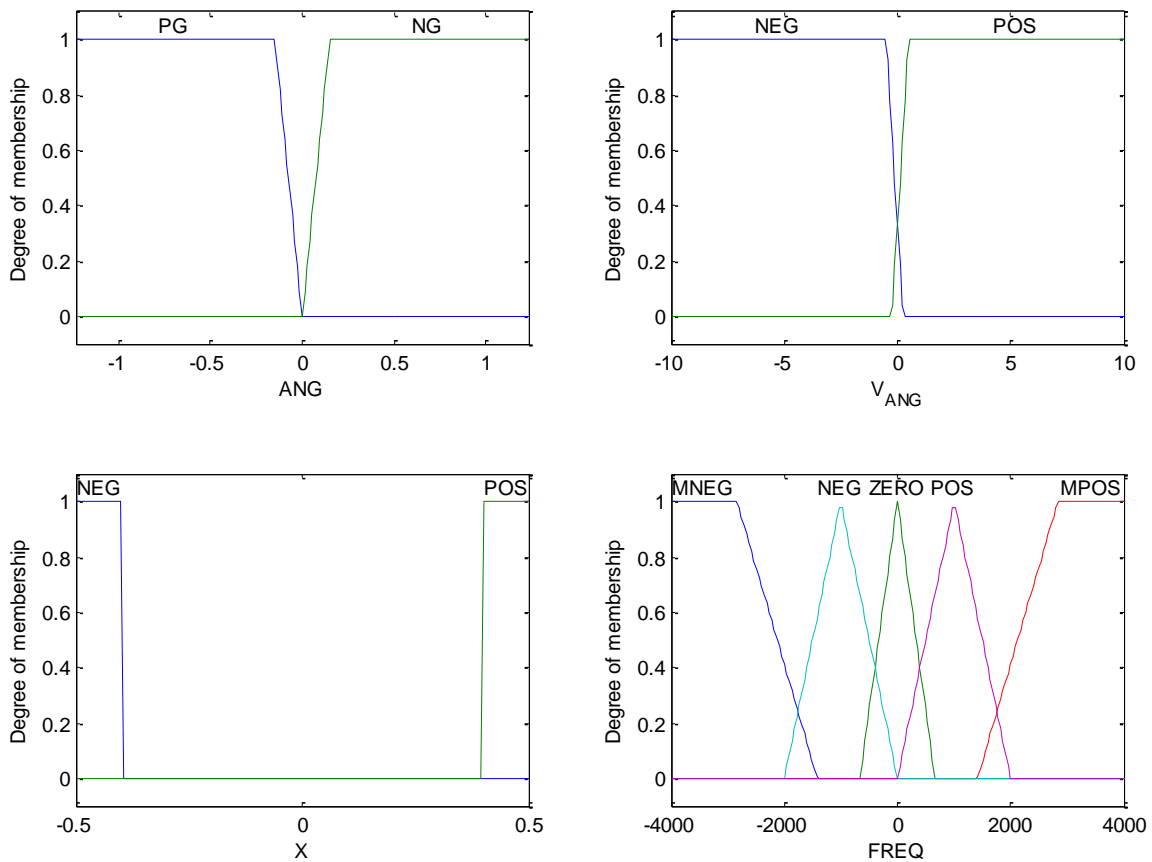


Figura 6- Funções de pertinência de entradas e saída do controle de elevação.

3.2 Controle de equilíbrio da haste na posição vertical

Para o controle da haste na posição vertical, foram utilizadas duas entradas: erro angular e velocidade angular. O controlador toma ações quando o ângulo do pêndulo está entre $\pm 15^\circ$. Baseado na dinâmica observada nas simulações do modelo matemático da planta, foram elaboradas 8 regras.

As funções de pertinência de entrada do controlador são apresentadas na Figura 7 e as regras na Tabela 3.

Tabela 3. Regras do controlador *fuzzy* para equilíbrio da haste

EANG	VELANG	FREQ
NM	NEG	ZERO
NM	POS	MNEG
NEG	NEG	MPOS
NEG	POS	POS
POS	NEG	NEG
POS	POS	MNEG
PM	NEG	MPOS
PM	POS	ZERO

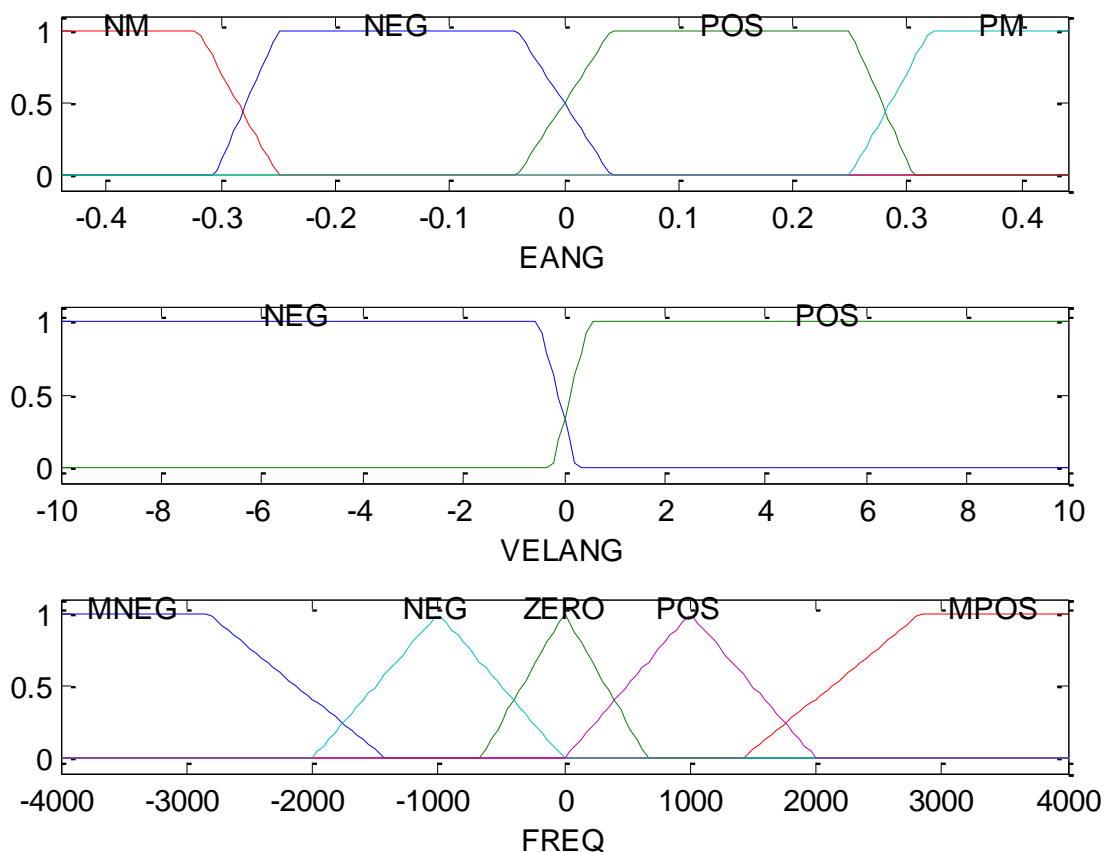


Figura 7- Funções de pertinência de entrada para o controle de equilíbrio da haste.

As regras ligadas à Negativo Médio (NM) e Positivo Médio (PM) são para reduzir a velocidade angular da haste intermediando o controle de elevação e equilíbrio. Foi observado que quando as regras do controlador não eram atendidas (isto inclui as faixas nas quais as entradas do controlador se encontram), a saída do

controlador é zero. Portanto não foi necessário realizar um chaveamento entre os controladores, bastando somar as saídas resultantes, e elaborando regras de forma que as faixas de entradas fossem limitadas de forma a atender somente a um dos controladores.

As demais regras fazem o controle do equilíbrio da haste na posição vertical. As regras foram elaboradas de forma que o carro movimentasse no sentido do erro angular e a velocidade com que este deve movimentar é proporcional a velocidade angular. Vale ressaltar que o módulo da frequência é proporcional à velocidade de deslocamento do motor da base, e seu sinal, ao sentido de deslocamento.

3.3 Estrutura do controlador realizada no *Matlab/Simulink*[®]

Na realização do acionamento dos sinais do motor de passo pelo *MATLAB/Simulink*[®] ficou clara a necessidade de uma rampa de aceleração de frequência, visto variações bruscas na frequência provocam perda de sincronismo do motor de passo (perda de passo), ocasionando sua parada.

Para definir o sinal de direção à ser enviado para o circuito de acionamento, o sinal de frequência é monitorado após a rampa de aceleração de forma que quando há mudanças de polaridade, o sinal de direção assume o valor correspondente para realizar a movimentação do carro no sentido desejado. A Figura 8 mostra o resultado da variação de polaridade do sinal de frequência, acarretando na rampa de aceleração e desaceleração na frequência do sinal do pulso e a mudança de direção.

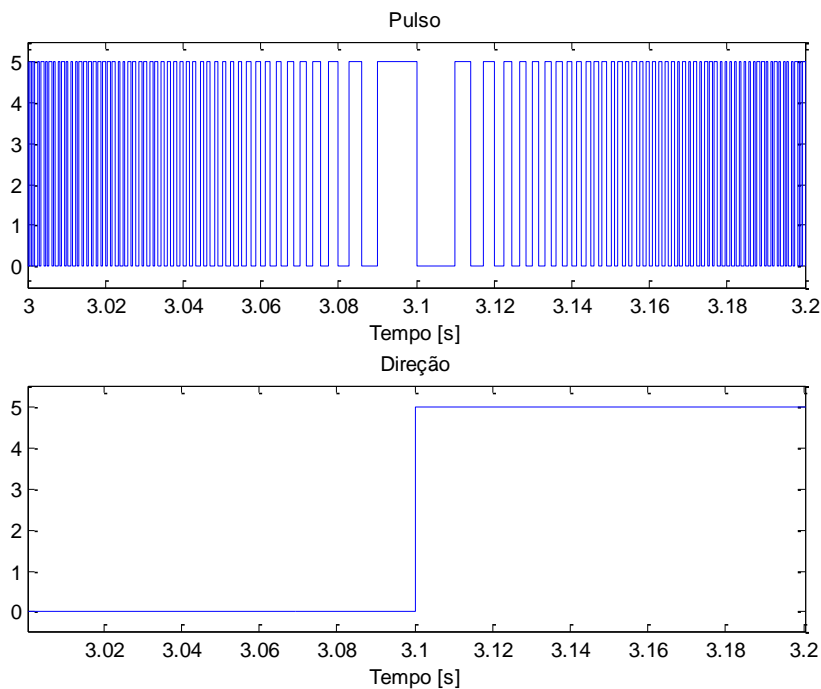


Figura 8- Mudança na frequência do sinal de pulso e mudança de direção.

Como o controle realizado faz correções de posição do carro, e a planta não possui sensor para tal fim, houve a necessidade de estimar a posição através da frequência de entrada, uma vez que esta é proporcional ao valor da velocidade do carro. A partir das informações do motor de passo e de aspectos construtivos da planta, tem-se que o carro anda 0,033 metros por pulso e o motor necessita de 196 passos para completar uma volta completa. Logo,

$$Vel = \frac{2 \times \pi \times \frac{0,033}{2}}{196} \times freq. \quad (13)$$

A partir da informação da velocidade do carro, utiliza-se um integrador para determinar a posição do carro. As etapas descritas acima são realizadas pelo bloco Aciona mostrado na Figura 9.

Foi necessário estimar também a velocidade angular da haste a partir do sinal oriundo do potenciômetro (no caso, utilizado para medir o ângulo da haste). Como esperado, verificou-se que o sinal de velocidade angular estimada apresentava elevados ruídos, uma vez que foi utilizada a derivada do ângulo para estimar sua velocidade. Para contornar tal fato, foi inserido um filtro passa-baixas de primeira ordem que apresentou melhor desempenho entre atraso e sinal filtrado. Esta etapa foi implementada dentro do bloco de Controle conforme Figura 9.

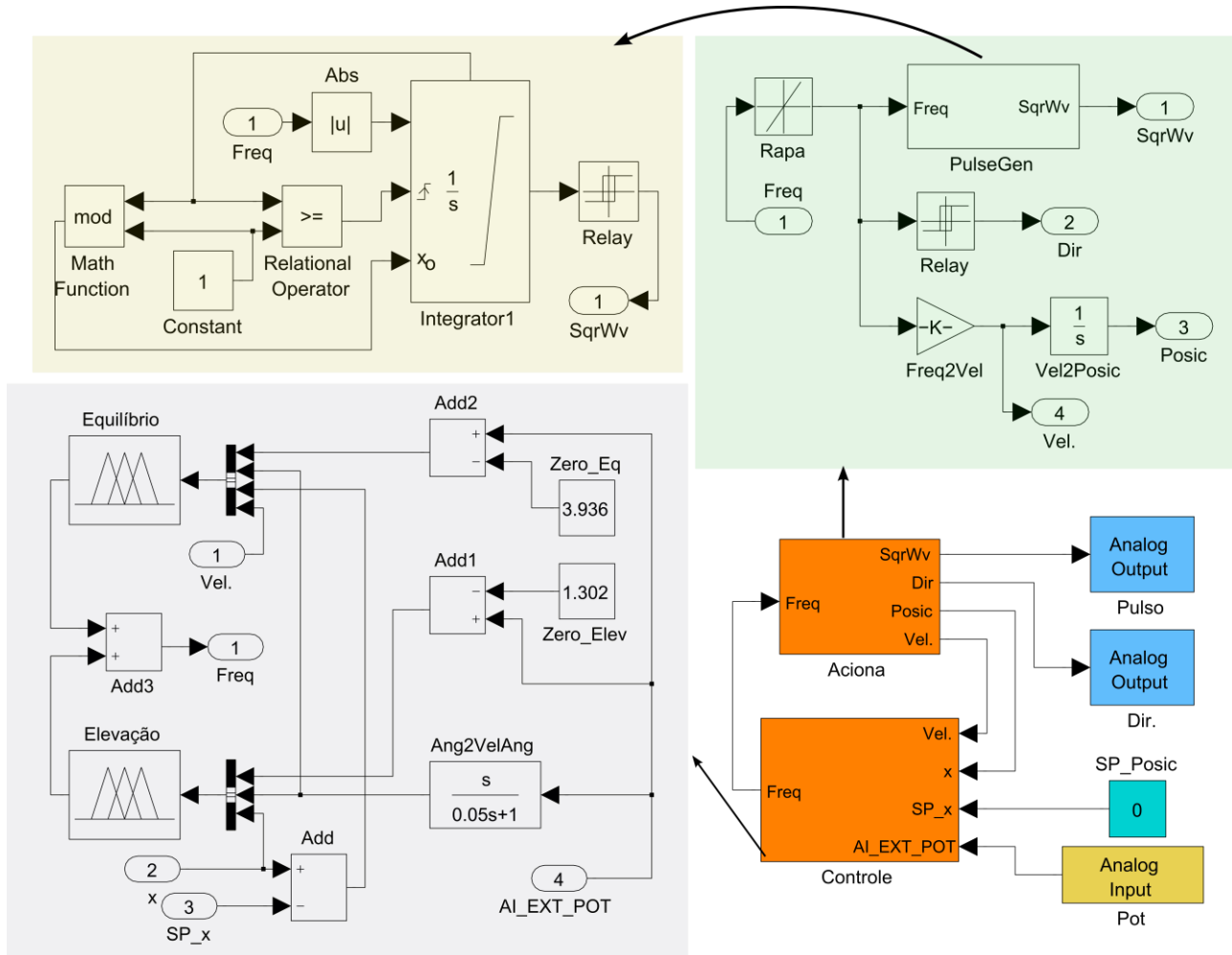


Figura 9- Estrutura do controlador e acionamentos da planta realizada no *MATLAB/Simulink*®.

A conversão de um sinal contínuo para um sinal pulsado de frequência proporcional ao seu valor foi realizada utilizando um integrador. Como o valor de entrada é uma constante que representa a frequência desejável do sinal de saída, ao integrar esta constante tem-se uma reta com inclinação igual ao valor da constante. Quando o resultado desta integral é igual ao valor unitário, o tempo decorrido é igual ao inverso da constante de entrada, ou seja, um período de oscilação. Cada vez que a integral resulta em um, seu conteúdo é zerado. Assim, tem-se uma onda dente de serra na saída com frequência igual ao valor da constante de entrada do bloco integrado. Este sinal em forma de dente de serra passa por um bloco que tem saída em dois estados: zero ou cinco (representando o valor da tensão de saída, Volts). As mudanças entre estes estados ocorrem após o sinal de entrada passar por um limiar configurado para 0,5 e assim é obtida uma onda quadrada com a frequência desejada. O bloco nomeado PulseGen mostrado na Figura 9, é a implementação realizada para o procedimento de conversão descrito.

4. Resultados

Para avaliar o desempenho do controlador projetado foram feitos alguns experimentos práticos. Pode-se observar na Figura 10 que a haste é levantada em 8 segundos, quando o controlador responsável pelo equilíbrio da haste começa atuar.

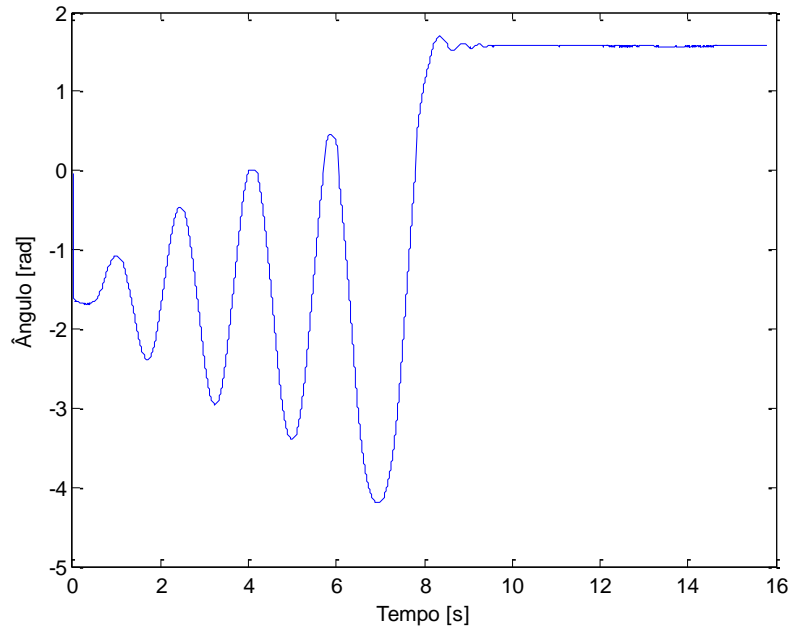


Figura 10- Elevação da haste.

No próximo teste realizado foi avaliada a compensação de distúrbios externos. Para este teste, esperou-se a haste estabilizar em uma posição e manualmente aplicou-se uma força na haste de forma a retirá-la do ponto de equilíbrio, ou seja, da condição de ângulo igual a $\pi/2[rad]$. A Figura 11 mostra a resposta obtida neste teste. É possível verificar que o sistema leva menos de 1 segundo para estabilização.

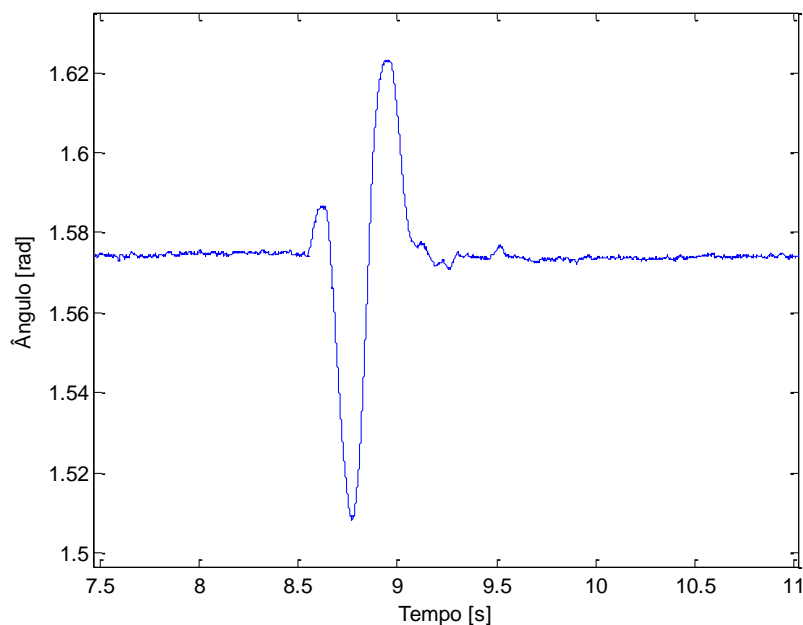


Figura 11- Estabilização após um distúrbio realizado no ângulo da haste.

5. Conclusão

Neste trabalho foi apresentada uma estratégia de controle *fuzzy* utilizando a plataforma *MATLAB/Simulink*[®] para uma planta não linear e inerentemente instável em malha aberta. Foi possível observar

em experimentos uma boa resposta do controlador utilizando poucas regras. Cabe ressaltar a importância das simulações no entendimento da dinâmica do sistema para realização da base de regras do controlador.

A sequência deste trabalho será a implementação de um controle de posição do carro de forma a manter a haste equilibrada enquanto o carro movimenta-se para uma posição de referência.

Agradecimentos

Aos colegas da Intechno Flávio Nicoletti, Vitor Paganini e Andrecir Zopelaro, que realizaram o projeto e montagem da parte mecânica e do acionamento da planta pêndulo invertido em tempo hábil com alto grau de qualidade.

REFERÊNCIAS

- Cavalcanti, J. H. F., Alsina, P. J., Ferneda, E., 1999, Posicionamento de um Pêndulo Invertido usando Algoritmos Genéticos, SBA Controle & Automação Vol. 10 no. 01/ Jan., Fev., Mar., Abril.
- Drummond A. C., Oliveira, K. C., Bauchspiess, A., 1999, Estudo de Pêndulo Inverso sobre Carro utilizando rede Neural de Base Radial, IV Congresso Brasileiro de Redes Neurais, pp.320-325, Julho 20-22, ITA, São José dos Campos - SP - Brasil.
- Maravall D., Zhou C., Alonso J., 2005, Hybrid Fuzzy Control of the Inverted Pendulum via Vertical Forces, International Journal of Intelligent Systems, Vol. 20, 195-211.
- Mauralikrishna, A., Bravo, R., Guimarães, L. N. F., 2005, Implementação de um controlador PID para aplicação no modelo do pêndulo invertido em uma base móvel, XXVII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Setembro 12-15, Centro Universitário Senac.
- Ribeiro, R., 2007, Implementação de um sistema de controle de um pêndulo invertido, Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá.
- Saifizul, A. A., Zanon, Z., Abu Osman, N. A., Azlan, C. A., Ungku Ibrahim, U. F. S., 2006, Intelligent Control for Self-erecting Inverted Pendulum Via Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System, American Journal of Applied Sciences 3 (4): 1795-1802.
- Tavares, A. T., Santos, R. B., Neto, C. M., Júnior, V. L., 2006, Controle de um Pêndulo Invertido utilizando o Modelo Fuzzy Takagi-Sugeno, 16º Simpósio de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Uberlândia.

DESIGN AND IMPLEMENTATION OF A FUZZY-LOGIC BASED CONTROLLER FOR AN INVERTED PENDULUM

Abstract. *The inverted pendulum is a classic problem in control systems due to its nonlinear nature and for being unstable in open-loop. The problem consists on balancing a pole in a vertical position by moving its base horizontally. This paper describes the modeling and the parameter identification of the inverted pendulum existing in the Mechanisms and Automation Laboratory of UCL. It also describes the implementation of a fuzzy-logic based controller that aims to swing up the pendulum from downwards position to vertically upwards position and balance the pendulum even in the presence of disturbances. The control system was implemented using the MATLAB/Simulink® platform and the communication between the computer and the plant is done through a data acquisition board from National Instruments®.*

Key words: Inverted pendulum, Fuzzy logic, MATLAB/Simulink®, Nonlinear control