

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/306058380>

Étude de l'Influence de la Convection Naturelle sur le Transfert de Chaleur et de Masse par Convection Mixte le long d'une Paroi Isotherme

Conference Paper · October 2003

CITATIONS

0

READS

868

3 authors:



El Hacene Mezaache

Université 20 août 1955-Skikda

55 PUBLICATIONS 159 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Sedrati Hichem

Université 20 août 1955-Skikda

8 PUBLICATIONS 45 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Michel Daguenet

Retired from the University of Perpignan, Department of Physics

255 PUBLICATIONS 1,147 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Heat Transfer in Phase Change Material and Thermal Storage [View project](#)



auteur [View project](#)

Étude de l'Influence de la Convection Naturelle sur le Transfert de Chaleur et de Masse par Convection Mixte le long d'une Paroi Isotherme

E. Mezaache, H. Sedrati, et M. Daguenet

Résumé--Les auteurs étudient numériquement, à l'aide de la méthode implicite aux différences finies centrées et à maillage variable du type "box method", l'influence de la convection naturelle induite par gradients thermiques et massiques sur les transferts de chaleur, de masse et d'impulsion entre un écoulement laminaire externe et une paroi plane verticale et isotherme, dont la surface est couverte d'une espèce chimique diffusante. Le modèle est validé par comparaison avec les travaux antérieurs de Wickern. Les équations de bilan dynamiques, thermiques et diffusives dans l'écoulement gazeux sont approchées par des couches limites bidimensionnelles. A l'aide de la transformation de Skan-Falkner et de la définition de la vitesse de référence u_r pour l'écoulement potentiel, elles sont présentées sous une formulation générale adimensionnelle s'appliquant aux convections naturelle, forcée et mixte avec ou sans transfert de masse. Dans cette formulation, la convection naturelle est caractérisée par le nombre de Richardson thermique Ri et le rapport N entre les nombres de Richardson thermique et massique. Les auteurs mettent en évidence, entre autres, les éléments suivants. En l'absence de la convection naturelle, pour un écoulement mixte, les profils de la vitesse longitudinale, de la température et de l'enthalpie totale sont similaires. Pour un mouvement de convection naturelle de même sens que l'écoulement potentiel, le premier accélère l'écoulement mixte et accroît sa vitesse, ce qui amincit les épaisseurs des couches limites dynamique et thermique et accroît le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt. Si la convection naturelle est de sens contraire à l'écoulement potentiel, il se produit un décollement dont la position est localisée à l'aide du calcul du coefficient de frottement pariétal.

Mots-clés-- Transfert de chaleur et de masse, convection mixte, diffusion massique, écoulement externe

I. INTRODUCTION

L'ÉTUDE des transferts couplés de chaleur et de masse par convection mixte est d'une grande importance pour la maîtrise de processus industriels et la compréhension de nombreux phénomènes physiques ; aussi suscite-elle beaucoup l'intérêt des chercheurs. Par exemple, Wickern [1] étudie l'influence de l'inclinaison d'une paroi plane. Lee et Hsu [2]

examinent la contribution de la convection naturelle sur le transfert de chaleur et de masse pour une paroi plane horizontale. Les travaux de Yiicel et al [3] portent sur la convection mixte à l'intérieur d'une conduite rectangulaire ouverte sur ses deux extrémités.

Dans le présent article, nous étudions l'influence de la convection naturelle thermique et massique, sur : (i) l'évolution des champs de vitesse, de température et de concentration au sein de l'écoulement ; (ii) le transfert pariétal de chaleur, de masse et d'impulsion, représentés respectivement par le nombre de Nusselt, de Sherwood et le coefficient de frottement ; (iii) le décollement de l'écoulement survenant dans le cas où la convection naturelle s'oppose à l'écoulement potentiel.

II. SYSTEME PHYSIQUE

Soit une paroi plane, isotherme, verticale, dont la surface est couverte d'une espèce chimique diffusante en présence d'un écoulement en convection mixte laminaire. Les forces de volumes induites par gradients thermiques ou massiques créent un mouvement de convection naturelle dans le même sens que celui de l'écoulement potentiel ou de sens contraire.

Le problème physique est schématisé sur la figure 1. L'origine du repère Oxy est située sur la paroi et coïncide avec son bord d'attaque. L'axe Ox est orienté suivant le sens de l'écoulement potentiel ; Oy est perpendiculaire à la paroi et orienté vers l'intérieur de l'écoulement gazeux. Nous posons les hypothèses simplificatrices suivantes : (i) l'écoulement gazeux ainsi que les transferts de chaleur et de matière sont permanents ; (ii) l'écoulement gazeux s'effectue en couche limite bidimensionnelle laminaire.

III. FORMULATION DU PROBLEME

A. Equations de bilan

Les équations de la convection mixte laminaire bidimensionnelle pour un écoulement externe sur une paroi plane verticale s'expriment comme suit [4,5] :

1) Equation de continuité

$$\partial(\rho u)/\partial x + \partial(\rho v)/\partial y = 0 \quad (1)$$

2) Equation du mouvement suivant Ox

$$\rho u \partial u / \partial x + \rho v \partial u / \partial y = \partial(\mu \partial u / \partial y) / \partial y + (\rho - \rho_e) g_x \quad (2)$$

E. Mezaache, Département des Sciences fondamentales, Laboratoire de Physico-Chimie des Surfaces et Interfaces, Faculté des Sciences, Université de Skikda, B.P. 26, Skikda 21000, Algérie (fax : 213-38-702061, e-mail : e_mezaache@yahoo.fr).

H. Sedrati, Département de Physique, Faculté des Sciences, Université Mentouri, Constantine, Algérie.

M. Daguenet, Laboratoire de Thermodynamique et Energétique, Université de Perpignan, 52, Avenue de Villeneuve, 66860 Perpignan Cedex, France (e-mail : daguenet@gala.univ-perp.fr).

Le deuxième terme du second membre de cette équation traduit la différence entre la densité volumique locale et celle de l'écoulement potentiel et peut être calculé à l'aide de l'approximation de Boussinesq :

$$(\rho - \rho_e) = -\rho_e \beta_t (T - T_e) - \rho_e \beta_m (m_1 - m_{1,e}) \quad (3)$$

L'équation du mouvement simplifiée devient :

$$\rho u \partial u / \partial x + \rho v \partial u / \partial y = \partial (\mu \partial u / \partial y) / \partial y - \rho_e \beta_t (T - T_e) g - \rho_e \beta_m (m_1 - m_{1,e}) g_x \quad (4)$$

3) Equation de la chaleur

Elle peut être exprimée en fonction de l'enthalpie totale H :

$$\rho (u \partial H / \partial x + v \partial H / \partial y) = \partial [(\mu / Pr) \partial H / \partial y + \mu (1 - 1/Pr) u \partial u / \partial y] / \partial y + \partial [(\mu / Pr) (Le - 1) (h_1 - h_2) \partial m_1 / \partial y] / \partial y \quad (5)$$

Le deuxième terme du second membre de cette équation représente le flux de chaleur échangé par diffusion enthalpique.

4) Equation de la diffusion convective

$$\rho u \partial m_1 / \partial x + \rho v \partial m_1 / \partial y = \partial (\rho D \partial m_1 / \partial y) / \partial y \quad (6)$$

B. Conditions aux limites

1) A la paroi ($y = 0$)

La condition d'adhérence à la paroi s'écrit :

$$u_p = 0 \quad (7)$$

La paroi étant imperméable à l'écoulement gazeux ; la loi de diffusion massique de Fick, valable dans la phase gazeuse, compte tenu des hypothèses précédentes, la densité du flux massique au niveau de la paroi s'écrit :

$$v_p = -[D(\partial m_1 / \partial y) / (1 - m_1)]_p \quad (8)$$

La surface de la paroi étant en équilibre thermodynamique local par hypothèse, on peut écrire :

$$T_p = T(x) \quad (9)$$

La concentration massique de l'espèce diffusante à la surface de la paroi s'exprime par :

$$m_p = m(x) \quad (10)$$

2) A la frontière extérieure de la couche limite ($y \rightarrow \infty$)

Les conditions aux limites se ramènent aux conditions d'entrée.

$$u = u_e(x) = u_\infty, \quad T = T_e(x) = T_\infty, \quad m = m_e(x) = m_\infty \quad (11)$$

IV. PRINCIPALES GRANDEURS

Le nombre de Reynolds local, les nombres de Prandtl, de Schmidt, de Lewis et d'Eckert sont définis par :

$$Re = \rho_e u_e x / \mu_e, \quad Pr = \mu_e \rho_e / k, \quad Sc = \mu / (\rho D), \quad Le = Pr / Sc, \quad Ec = u_e^2 / h_e \quad (12)$$

La vitesse locale, le nombre de Grashoff, le nombre de Richardson de la convection naturelle thermique et massique et l'accélération adimensionnelle de la pesanteur s'écrivent :

$$u_t(x) = \sqrt{g \beta_t |T_p - T_e| x}, \quad u_m(x) = \sqrt{g \beta_m |m_{1,p} - m_{1,e}| x} \quad (13)$$

$$Gr_t(x) = [u_t(x) x / \nu_e]^2, \quad Gr_m(x) = [u_m(x) x / \nu_e]^2 \quad (14)$$

$$Ri_t(x) = Gr_t(x) / Re_e^2(x), \quad Ri_m(x) = Gr_m(x) / Re_e^2(x), \quad g_x^* = g_x / g \quad (15)$$

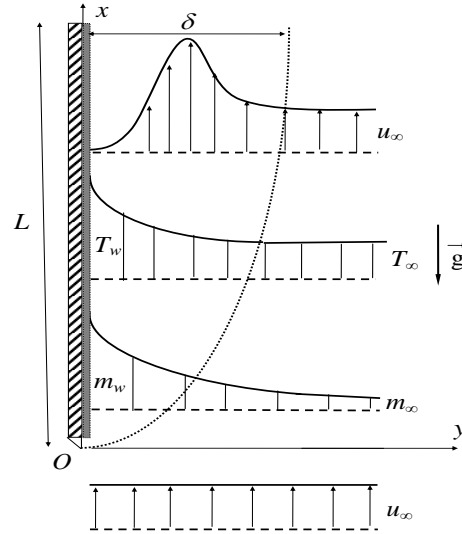


Fig. 1. Schéma descriptif du problème physique de la convection mixte de nature thermique et massique le long d'une paroi verticale couverte d'une espèce chimique diffusante

NOTATIONS

Symbole	Quantité	Unité
c_p	capacité calorifique à pression constante	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
D	coefficient de diffusion massique	$m^2 \cdot s^{-1}$
Ec	nombre d'Eckert	
F	fonction de courant adimensionnelle	
g	accélération de la pesanteur	$m \cdot s^{-2}$
G	enthalpie totale adimensionnelle	
Gr	nombre de Grashoff	
h	enthalpie statique	$J \cdot kg^{-1}$
H	enthalpie totale	$J \cdot kg^{-1}$
k	conductivité thermique	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
L	longueur de la paroi plane	m
Le	nombre de Lewis	
m	concentration massique	
N	rapport entre les nombres de Richardson thermique et massique	
Nu	nombre de Nusselt	
Pr	nombre de Prandtl	
Re	nombre de Reynolds	
Ri	nombre de Richardson	
Sh	nombre de Sherwood	
T	température	K
u	vitesse suivant Ox	$m \cdot s^{-1}$
v	vitesse suivant Oy	$m \cdot s^{-1}$
x	abscisse dans le sens de l'écoulement	m
y	coordonnée normale à la paroi	m
Z	concentration massique adimensionnelle	

Lettres grecques

β	coefficient d'expansion volumique	K^{-1}
δ	épaisseur de déplacement	m
η	ordonnée adimensionnelle	
μ	viscosité dynamique	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
θ	épaisseur de quantité de mouvement	m
ρ	masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
ξ	abscisse adimensionnelle	
Ψ	fonction de courant	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

Indices

1	espèce diffusante
2	écoulement potentiel
e	frontière extérieure de la couche limite
p	paroi

V. ADIMENSIONNALISATION DES EQUATIONS

A. Equations de bilan

Afin de réduire le nombre d'équations, nous introduisons la fonction de courant ψ , définie par :

$$\rho u = \partial \psi / \partial y, \quad \rho v = -\partial \psi / \partial x \quad (16)$$

L'équation de continuité est vérifiée et le nombre des équations de bilan est réduit à trois :

$$\partial(\partial \psi / \partial y) / \partial x - \partial(\partial \psi / \partial x) / \partial y = 0 \quad (17)$$

Introduisons la transformation de Skan-Falkner :

$$(x, y) \rightarrow (\xi, \eta), \quad \psi(x, y) \rightarrow F(\eta, \xi), \quad F(\xi, \eta) = \psi / \sqrt{\rho_e u_r \mu_e x} \quad (18)$$

$$\xi = x/L, \quad \eta = \left(u_r / \sqrt{\rho_e u_r \mu_e x} \right) \int_0^y \rho dy \quad (19)$$

Avec F fonction de courant adimensionnelle, ξ et η les coordonnées adimensionnelles longitudinale et normale, L est une grandeur caractéristique désignant la longueur de la paroi ; u_r est la vitesse de référence définie par :

- en convection forcée : $u_r(x) = u_e(x)$

- en convection naturelle thermique : $u_r(x) = u_t(x)$

- en convection naturelle massique : $u_r(x) = u_m(x)$

Les équations adimensionnelles de bilan s'écrivent :

$$\begin{aligned} (b_1 F'') + c_1 F F'' - c_2 (F')^2 \pm b_2 Ri_t(x) g_x^* \theta \pm b_2 Ri_m(x) g_x^* (1-Z) \\ = x (F' \partial F' / \partial \xi - F'' \partial F / \partial \xi) \end{aligned} \quad (20)$$

$$(b_3 G' + b_4 F' F'' + d_1 Z') + c_1 F G' = \xi (F' \partial G / \partial \xi - G' \partial F / \partial \xi) \quad (21)$$

$$(a_1 Z') + (a_4 Z + a_2) F' + c_1 F Z' = \xi (F' \partial Z / \partial \xi - Z' \partial F / \partial \xi) \quad (22)$$

Le symbole «'» dénote la dérivation par rapport à η . Le signe « \pm » indique si la convection naturelle thermique ou massique se développe dans le même sens que l'écoulement potentiel «-» ou en sens contraire «+».

B. Conditions aux limites

1) A la paroi ($\eta = 0$)

$$F'_p = 0, \quad G_p = H_p / H_e, \quad Z_p = 0 \quad (23)$$

$$Z'_p - (Sc_p / b_p) [\xi \partial F / \partial \xi + m_1 F]_p (1 - m_{1,p}) / (m_{1,e} - m_{1,p}) = 0 \quad (24)$$

2) A la frontière extérieure de la couche limite ($\eta \rightarrow \infty$)

$$F'_e = 1, \quad G_e = 1, \quad Z_e = 1 \quad (25)$$

Les grandeurs adimensionnelles θ , G et Z , désignent respectivement la température adimensionnelle, l'enthalpie totale et la concentration massique. Elles sont définies par :

$$\theta = (T - T_e) / (T_p - T_e), \quad G = H / H_e, \quad Z = (m_1 - m_{1,p}) / (m_{1,e} - m_{1,p}) \quad (26)$$

Où les enthalpies statique h et totale H sont données par :

$$h = \int_0^T c_p dT \quad H = h + u^2 / 2 \quad (27)$$

Les expressions des coefficients b_i sont les mêmes que ceux relatifs à un écoulement monophasique ; les coefficients a_i concernent le transfert par diffusion massique ; les grandeurs c_i dépendent de la vitesse de référence ; le

coefficient d_1 caractérise le transfert par diffusion enthalpique, ce terme est généralement sans influence remarquable.

VI. RESULTATS NUMERIQUES

A. Comparaisons avec des travaux antérieurs et validations numériques

La figure 2 présente une comparaison entre nos résultats numériques et les corrélations de Wickern relatifs à une paroi plane isotherme placée dans un écoulement en convection mixte thermique. Le nombre de Richardson thermique Ri_t variant de 0 à 1, nos résultats relatifs au coefficient de frottement et au nombre de Nusselt à la paroi sont en bon accord avec les corrélations de Wickern [1].

Notons qu'au voisinage du bord de sortie de la plaque, pour $Ri_t=1$, nos résultats de calcul relatif au coefficient de frottement sont légèrement supérieurs à ceux de Wickern.

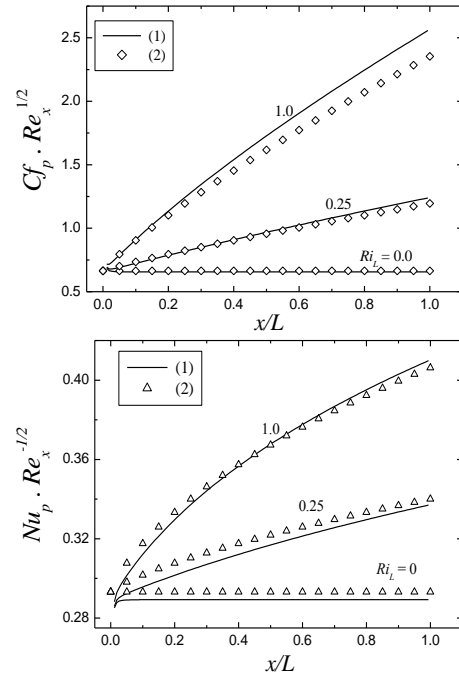


Fig. 2. Comparaison entre nos résultats numériques (1) et les corrélations de Wickern (2). (a) Coefficient de frottement, (b) Nombre de Nusselt.

B. Influence de la convection naturelle thermique et massique sur l'écoulement mixte

La convection naturelle se caractérise par deux paramètres : le nombre de Richardson massique Ri_m et le rapport N entre les nombres de Richardson thermique et massique. Sachant que le signe de N indique si les mouvements de convection naturelle thermique et massique sont de même sens ($N > 0$) ou de sens contraire ($N < 0$).

Les figures 3-5 présentent l'influence de la grandeur, N , sur les champs de la vitesse (fig. 3.), de la température (fig. 4.) et de la concentration massique (fig. 5.) de l'écoulement mixte.

Nous considérons que la convection naturelle massique se développe dans le même sens que l'écoulement potentiel, et que la concentration massique pariétale est supérieure à la concentration massique de ce dernier. Nous prenons :

$m_{1,p} = 0.4$ et $m_{1,\infty} = 0$. Dans le cas où le rapport N est positif, la température T_p de la paroi doit être supérieure à la température T_∞ de l'écoulement potentiel. Nous choisissons alors pour ces deux les valeurs suivantes : $T_p = 80^\circ\text{C}$ et $T_\infty = 20^\circ\text{C}$. Dans le cas où le rapport N est négatif ($T_p < T_\infty$), les températures utilisées sont $T_p = 20^\circ\text{C}$ et $T_\infty = 80^\circ\text{C}$.

Nous constatons que l'augmentation du rapport N accroît le gradient pariétal de la vitesse, de la température et de la concentration massique, ce qui amincit les couches limites dynamique, thermique et diffusive et modifie les champs de la vitesse, de la température et de la concentration massique.

Pour une valeur $N = 0$, le fait que la vitesse d'écoulement dépasse celle de l'écoulement potentiel est dû seulement à la contribution de la convection naturelle massique, celle de la convection naturelle thermique étant nulle.

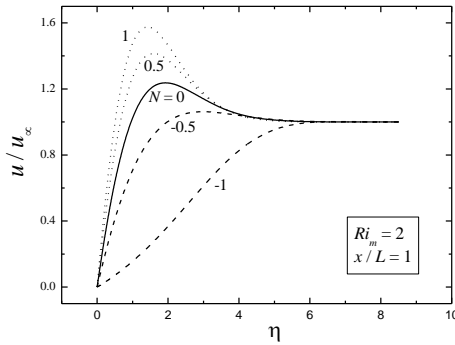


Fig. 3. Influence du paramètre N sur la distribution transversale de la vitesse longitudinale.

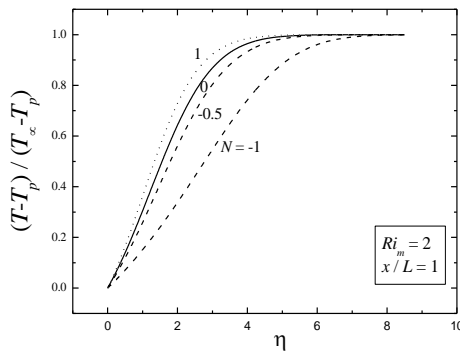


Fig. 4. Influence du paramètre N sur la distribution transversale de la température adimensionnelle

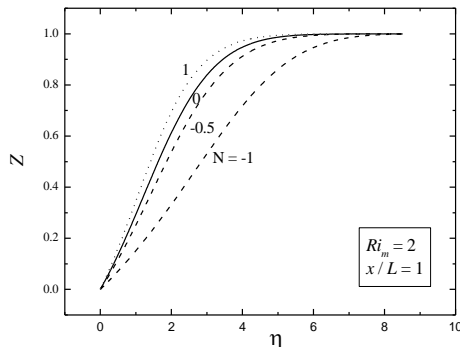


Fig. 5. Influence du paramètre N sur la distribution transversale de la concentration massique de la vapeur

En général, l'augmentation du rapport N accroît la vitesse d'écoulement, réduit l'épaisseur de déplacement (fig. 6.) et de quantité de mouvement (fig. 7.). Elle accroît aussi les coefficients de frottement, de transfert de chaleur et de masse, caractérisés respectivement par les groupes adimensionnels relatifs au coefficient de frottement (fig. 8.), au nombre de Nusselt (fig. 9.) et au nombre de Sherwood (fig. 10.).

La valeur $N = -1$ correspond à la présence simultanée des convections naturelles thermique et massique agissant en sens inverse et dont la contribution globale est nulle ; l'écoulement mixte se comporte alors comme un écoulement forcé.

Pour $N = 1$, les deux convections naturelles thermique et massique sont du même ordre et agissent dans le même sens que l'écoulement potentiel ; par conséquent, elles interfèrent positivement, ce qui accroît la vitesse d'écoulement, les densités du flux de chaleur et de masse, réduit les épaisseurs des couches limites dynamique, thermique et diffusive.

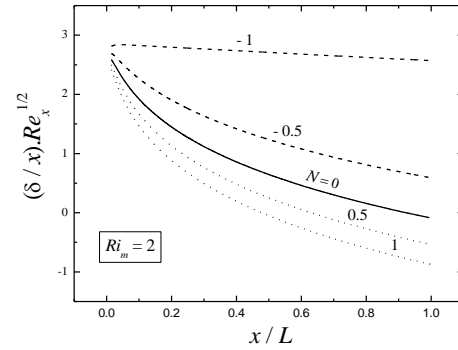


Fig. 6. Influence du paramètre N sur l'épaisseur de déplacement

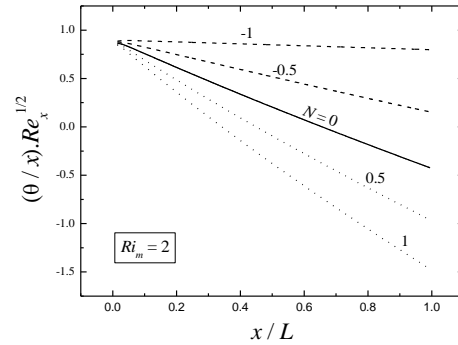


Fig. 7. Influence du paramètre N sur l'épaisseur de quantité de mouvement

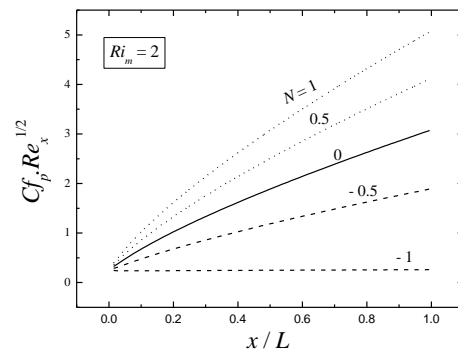


Fig. 8. Influence du paramètre N sur le coefficient de frottement

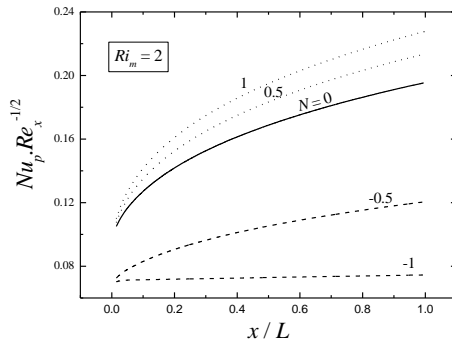


Fig. 9. Influence du paramètre N sur le nombre de Nusselt

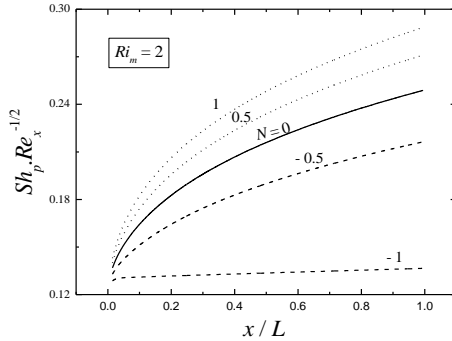


Fig. 10. Influence du paramètre N sur le nombre de Sherwood

C. Influence de la convection naturelle sur le décollement de l'écoulement mixte

La figure 11 présente l'influence du nombre de Richardson thermique sur le coefficient de frottement pariétal, en considérant : (i) que le mouvement de convection naturelle thermique est de même sens que l'écoulement potentiel, (ii) que les mouvements de la convection naturelle et de l'écoulement potentiel sont de sens opposés.

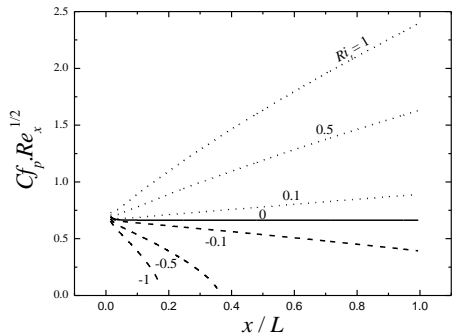


Fig. 11. Influence du nombre de Richardson thermique sur le coefficient de frottement en convection mixte thermique

La première situation est caractérisée par un nombre de Richardson positif. La seconde situation, caractérisée par un nombre de Richardson thermique négatif, montre que l'augmentation de la valeur absolue du nombre de Richardson thermique provoque une atténuation du coefficient de frottement. Pour certaines valeurs du nombre de Richardson thermique, telles que $Ri_t = -1, -0.5$, le coefficient de frottement pariétal s'annule, ce qui correspond à un décollement de l'écoulement mixte à la paroi. Le point de

décollement recule vers le bord d'attaque dès que le module du nombre de Richardson thermique augmente. Pour un nombre de Richardson thermique suffisamment grand en valeur absolue, le décollement de l'écoulement mixte se produit même au voisinage du bord d'attaque de la plaque.

CONCLUSION

La présente étude numérique montre que la convection naturelle, induite par une différence de températures ou de concentrations entre l'écoulement potentiel et la paroi, influence les grandeurs dynamiques, thermiques et diffusives de l'écoulement. En l'absence de la convection naturelle, les profils de la vitesse longitudinale, de la température et de l'enthalpie totale sont similaires. Pour un mouvement de convection naturelle de même sens que l'écoulement potentiel, la convection naturelle accélère l'écoulement mixte et accroît sa vitesse, ce qui amincit les épaisseurs des couches limites dynamique et thermique et accroît le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt. Si la convection naturelle est de sens contraire à l'écoulement potentiel, il se produit un décollement de l'écoulement mixte dont la position est localisée en calculant le coefficient de frottement pariétal.

REFERENCES

- [1] G. Wickern, "Mixed convective from an arbitrarily inclined semi-infinite flat plate – The influence of the inclination angle," Int. J. Heat. Mass. Transfer, vol. 34, pp. 1935-1945, 1991.
- [2] S. L. Lee, and K. Hsu, "Interaction of surface suction blowing with buoyancy force on mixed convection flow adjacent to an inclined flat plate," Int. J. Heat. Mass. Transfer, vol. 32, pp. 1989-1991, 1989.
- [3] C. Yiicel, L. Hasnaoui, L. Robillard, and E. Bilgen, "Mixed convection heat transfer in open ended inclined channels with discrete isothermal heating," Numerical Heat Transfer, vol. 24, pp. 109-126, 1993.
- [4] T. Cebeci, and P. Bradshaw, "Physical and computational aspects of convective heat transfer," Springer-Verlag, New York, 1984.
- [5] J. Schröppel, and F. Thiele, "On the calculation of momentum, heat and mass transfer in laminar and turbulent boundary layer flows along a vaporizing liquid film," Numerical Heat Transfer, vol. 6, pp. 475-496, 1983.