

EL CURRÍCULO DE ESTADÍSTICA: REFLEXIONES DESDE UNA PERSPECTIVA INTERNACIONAL

Carmen Batanero, Pedro Arteaga y M. Magdalena Gea

UNO, 59, 9-17, 2012

RESUMEN

Las Directrices curriculares en España amplían la enseñanza de la Estadística, comenzando desde el primer ciclo de la Educación Primaria y reforzando los contenidos a lo largo de toda la enseñanza obligatoria. Se sugiere también un cambio en la metodología de enseñanza para hacerla más exploratoria y favorecer los aspectos intuitivos. En este trabajo analizamos estas orientaciones curriculares desde una perspectiva internacional.

Palabras clave: Enseñanza de la Estadística, diseño curricular, formación de profesores.

ABSTRACT

New curricular guidelines enlarge the teaching of statistics, starting from the first cycle of Primary Education and reinforce these contents along compulsory education. A change in the teaching methodology is also recommended towards some more exploratory and intuitive statistics. In this paper we reflect on some challenges set by these curricular orientations in order that the introduction of statistics in school become a reality.

Keywords: Teaching statistics, curricular design, teacher education.

1. INTRODUCCIÓN

Según Hacking (1990), uno de los descubrimientos decisivos del siglo XX fue la constatación de que el mundo no es determinista. No sorprende, por tanto, que la Estadística sea uno de los temas más enseñados en todos los niveles educativos, al ser una parte de la cultura en la sociedad de la información, así como herramienta fundamental en la política y administración y en la investigación en todas las áreas de conocimiento.

Aunque la enseñanza de la Estadística en la educación secundaria tiene ya una tradición consolidada desde hace 20 años, diferentes currículos (por

ejemplo, NCTM, 2000; MEC 2006; Campos, Cazorla y Kataoka, 2011) incluyen ahora el tema desde el comienzo de la Educación Primaria. En todos estos documentos se sugiere la importancia de que los estudiantes experimenten el ciclo completo de trabajo estadístico, diseñando investigaciones, formulando preguntas de investigación, recogiendo datos de observaciones, encuestas o experimentos, y obteniendo conclusiones y predicciones basadas en el análisis de los datos (Franklin, et al. 2005; Burrill y Camden, 2006; MacGillivray y Pereira-Mendoza, 2011).

En este trabajo analizamos los contenidos estadísticos que se concretan en los Decretos de Enseñanzas Mínimas, situándolos en una perspectiva internacional. Analizamos también las ideas Estadísticas fundamentales y su presencia en el currículo y finalizamos con algunas reflexiones.

2. LOS CONTENIDOS DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN EL CURRÍCULO ESPAÑOL

La principal novedad respecto a la enseñanza de la Estadística en España es su presencia a lo largo de todos los niveles educativos y cursos desde los 6 años y el fuerte incremento de los contenidos estadísticos en la etapa de Educación Primaria (MEC, 2006).

Podemos incluso ubicar el inicio de la enseñanza de la aleatoriedad desde segundo ciclo de Educación infantil, en el área de conocimiento del entorno, donde se pretende desarrollar, entre otras, la capacidad de interpretar situaciones y hechos significativos mostrando interés por su conocimiento así como la iniciación en las habilidades matemáticas (MEC, 2007a). A modo de ejemplo, cabe citar el desarrollo del currículo correspondiente a la Educación Infantil en Andalucía donde se considera relevante que los niños y las niñas se enfrenten a situaciones con interrogantes o incógnitas cuya resolución exige la reflexión sobre ellas y la aplicación de esquemas de pensamiento. Para ello se plantea la necesidad de la recogida de datos, la organización de los mismos y la reflexión sobre los resultados obtenidos donde se pueda discernir, desde una terminología cercana y comprensible, “si una situación es probable o improbable.” (Consejería de Educación, 2008, p.33).

Ya en la Educación Primaria, dentro del Bloque *Tratamiento de la información, azar y probabilidad* del área de Matemáticas se incluyen, en el

primer ciclo las técnicas elementales para la recogida de datos, los gráficos estadísticos, e introducción al lenguaje del azar. Se continúan estos contenidos en segundo ciclo, incluyendo las tablas de datos y de doble entrada. En tercer ciclo se amplía el trabajo con gráficos, resaltando la importancia de analizarlos críticamente. Se introduce la media aritmética, moda y rango, y la estimación de la probabilidad de un suceso.

Estos contenidos se continúan en la Enseñanza Secundaria Obligatoria (MEC, 2007b, donde se refuerzan los gráficos y tablas y se incluye el diseño de experimentos (primer curso); las frecuencias acumuladas, medidas de centralización y uso de la hoja de cálculo (segundo curso); ideas de representatividad en muestreo, agrupación en intervalos y medidas de dispersión, cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y estimación de las mismas mediante simulación y experimentación (tercer curso); diagramas de caja, fases de un estudio estadístico, experiencias compuestas, uso de tablas de contingencia y diagrama en árbol en el cálculo de probabilidad compuesta y condicionada (cuarto curso, opción A), ampliando y profundizando en el estudio de las características de una distribución en la opción B de cuarto curso.

En cuanto a la enseñanza en Bachillerato (MEC, 2007c), en la asignatura *Matemáticas I, modalidad de Ciencias y Tecnología*, se incluyen las distribuciones bidimensionales, regresión y correlación, probabilidad condicional y teorema de Bayes, distribuciones binomial y normal. Estos contenidos se tratan de modo más amplios en la asignatura de *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*, en la *modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales*. Además en la asignatura *Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II*, de la *modalidad Humanidades y Ciencias Sociales*, se profundiza en la probabilidad condicionada y Teorema de Bayes y se introduce el teorema Central del Límite, distribuciones muestrales de las medias y proporciones, intervalo de confianza y contraste de hipótesis para medias y proporciones.

Observamos que, a lo largo de las diferentes etapas educativas, se recogen todas las ideas Estadísticas fundamentales descritas por Burrill y Biehler (2011), que son las siguientes.

Datos. Moore (1991) definió la Estadística como la ciencia de los datos. Mientras que, en otras ramas de matemáticas, el interés se centra en los conceptos y no en el dato, el dato es tan importante como el concepto en el análisis estadístico. La aleatoriedad de las situaciones estadísticas produce además, mayor variabilidad en los datos que otras áreas de las matemáticas (Sánchez y Batanero, 2011). De ello se deduce la importancia, recogida en los decretos curriculares, de que los alumnos recojan y analicen sus propios datos.

Gráficos. Por su papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, los gráficos estadísticos son un instrumento esencial de *transnumeración*, uno de los modos esenciales de razonamiento estadístico que consiste en obtener una nueva información de un conjunto de datos al cambiar el sistema de representación (Wild y Pfannkuch, 1999). Otro motivo de su importancia es su presencia en los medios de comunicación e Internet y su potencia para comunicar información y resumirla en forma eficiente (Cazorla, 2002).

Variación. Aunque en otras ramas de matemáticas se usan variables, se supone que los datos se ajustan perfectamente a un modelo y no suele haber estudio de la bondad de ajuste o de los residuos del modelo. El estudio de la variabilidad es característico de la Estadística, estudiándose tanto el modelo como los residuos (Engel y Sedlmeier, 2011). La Estadística permite buscar explicaciones y causas de la variación para poder hacer predicciones, por lo que dos fines importantes de la enseñanza de la Estadística es que los estudiantes perciban la variabilidad y manejen modelos que permitan controlarla y predecirla (Reading y Shaughnessy, 2004).

Distribución. Una característica esencial del análisis estadístico es que trata de describir y predecir propiedades de los agregados de datos y no de cada dato aislado (Bakker y Gravemeijer (2004). Por ello la enseñanza de la Estadística ha de desarrollar la capacidad de leer, analizar, criticar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos (Shaughnessy, 2007). El razonamiento distribucional implica conectar los datos (distribución de datos), la población de donde se tomaron (distribución de probabilidad) y las posibles muestras de la misma (distribución muestral).

Asociación y correlación. Mientras que en una dependencia funcional a cada valor de una variable X (*independiente*) corresponde un solo valor de otra

variable Y (dependiente), en el estudio de la asociación a cada valor de X corresponde una distribución de valores de Y , por lo que este concepto amplía el de dependencia funcional. La capacidad de evaluar la asociación es importante para la toma de decisiones, pero no se alcanza espontáneamente si no se educa (Estepa, 2004). Moritz (2004) y Engel y Sedlemeier (2011) resaltan la importancia de sensibilizar sobre los sesgos relacionados con este concepto.

Probabilidad. La característica principal de la Estadística es hacer uso de modelos aleatorios, a diferencia de otras ramas de la matemática donde se usan modelos deterministas. No obstante, la probabilidad no tiene una única acepción. Para la escuela serán relevantes al menos las concepciones clásica o Laplaciana, (cociente entre el número de casos favorable al suceso y el número de todos los casos posibles), frecuencial (límite de la frecuencia relativa de aparición del suceso al realizar la experiencia un número infinito de veces en las mismas condiciones) y subjetiva (grado de creencia en la verosimilitud de la persona que asigna la probabilidad).

Muestreo e inferencia. Relacionar las características de las muestras con las de la población que representan es el principal fin de la Estadística. Aunque en la modalidad de *Ciencias sociales* en el Bachillerato se incluye formalmente este tema, sería importante desarrollar en los estudiantes la capacidad de realizar inferencias informales, antes de iniciar el estudio formalizado de la inferencia (Rubin, Hammerman y Konold, 2006). Rossman (2008) sugiere usar la simulación del modo siguiente: (a) Comenzar con una hipótesis sobre los datos; (b) usar la simulación para concluir que los datos observados son poco plausibles si la hipótesis es cierta; y (c) rechazar la hipótesis inicial basándose en los resultados.

3. SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Las orientaciones metodológicas incluidas en los Decretos de Enseñanzas Mínimas insisten en conectar la Estadística con la vida cotidiana y realizar actividades que impliquen otras áreas de conocimiento. Desde la Educación Primaria (MEC, 2006) se sugiere enfatizar el aspecto interpretativo, incidir de forma significativa en la comprensión de las informaciones de los medios de comunicación, y ayudar a valorar el beneficio que los conocimientos

estadísticos proporcionan ante la toma de decisiones, dando especial importancia a los contenidos actitudinales.

Se indica, que abordando contextos funcionales se producirá en el alumno un aprendizaje progresivo hacia conocimientos más complejos partiendo de sus experiencias y conocimientos previos. Es por ello que los nuevos conocimientos de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria se abordarán preferiblemente desde situaciones intuitivas y cercanas al alumno que permitan retomar los contenidos introducidos en la etapa precedente desde nuevos puntos de vista que añadan elementos de complejidad, todo ello de forma gradual y cíclica (MEC, 2007b). En concreto se señala la importancia de analizar de forma crítica las presentaciones e interpretaciones sesgadas de la información Estadística.

Se da también importancia a las experiencias aleatorias y las predicciones sobre las mismas, que deben ser revisadas a la luz de los datos. Mediante juegos y actividades variables podrá el alumno explorar los conceptos de azar y determinismo. Como herramienta para ayudar a ir construyendo intuiciones sobre la probabilidad se recomienda el uso del diagrama en árbol. Se recomienda también el uso de la tecnología para evitar cálculos rutinarios. Una parte relevante de la clase de Estadística debe estar orientada hacia la recolección de datos por los mismos estudiantes a partir de encuestas, entrevistas o incluso en Internet. Los contenidos de Estadística servirán para proporcionar instrumentos básicos para interpretar la información, tan variada en la sociedad actual, con el fin de formular conjeturas e inferencias que lleven a los estudiantes a establecer conclusiones.

4. UNA PERSPECTIVA INTERNACIONAL

Las orientaciones curriculares que hemos resumido conectan con las tendencias internacionales en que se reclama la cultura Estadística de los ciudadanos, *“que incluye dos componentes interrelacionados: (a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información Estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y (b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones Estadísticas cuando*

sea *relevante*” (Gal, 2002, p. 2-3). Durante la educación en el periodo escolar, la adquisición de dicha cultura implicaría, según Watson (2006) las siguientes habilidades:

- Desarrollo de un conocimiento básico de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
- Comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos cuando se presentan dentro de un contexto más amplio (medios de comunicación, trabajo, etc.).
- Actitud crítica que permita valorar argumentos que estén basados en evidencia Estadística.

La necesidad de un mayor peso de la Estadística se recoge también en el marco de evaluación de PISA (OCDE, 2009) donde se reconoce la necesidad creciente de que los estudiantes se enfrenten a la incertidumbre, desde una perspectiva matemática y científica, para lo cual se requieren elementos de Estadística y Probabilidad. Siguiendo ideas de Moore (1990), recogidas también en NCTM (2000) y en el proyecto GAISE (Franklin et al., 2005) se indica que todo ciudadano ha de estar preparado para razonar a partir de datos empíricos, comprendiendo la omnipresencia de la variación, la necesidad de datos, percibir, cuantificar y explicar la variación de los datos, que no son simplemente números, debido a la importancia del contexto.

Los decretos de enseñanzas mínimas también recogen los principios metodológicos de diseño instruccional descritos por Cobb y McClain (2004), que Garfield y Ben-Zvi (2008) describen como “entorno de aprendizaje del razonamiento estadístico”:

1. Énfasis en el desarrollo de las ideas Estadísticas fundamentales en lugar de presentar la Estadística como un conjunto de procedimientos.
2. Uso de experimentos aleatorios reales y motivadores que sirvan a los estudiantes para realizar y evaluar conjeturas y apoyen el desarrollo de su razonamiento.
3. Integrar la tecnología en forma que permitan a los estudiantes evaluar sus conjeturas, explorar y analizar datos y desarrollar su razonamiento estadístico.

4. Promover el discurso del aula, favoreciendo el intercambio de las ideas y argumentos de los estudiantes y el descubrimiento dirigido.
5. Uso de la evaluación para informar sobre lo que los estudiantes aprenden, apoyarles en el aprendizaje y comprobar que se alcanzan los objetivos educativos.

5. REFLEXIONES FINALES

La necesidad actual de educación Estadística parece haber sido comprendida por las autoridades educativas, quienes incluyen contenidos estadísticos a lo largo de toda la educación básica y Bachillerato.

Un reto didáctico no suficientemente explicitado en el currículo es la mejora de la intuición Estadística de los estudiantes. Como sostuvo Fischbein (1975) la distinción entre el azar y lo deducible no se alcanza espontánea y completamente en la edad de las operaciones formales, porque nuestro pensamiento está influenciado por las tradiciones culturales y educativas de la sociedad moderna, que lo orientan hacia explicaciones deterministas. Núñez, Sanabria y García (2004) señalan que no se cuenta con una cultura de lo aleatorio, indiscutiblemente necesaria en la sociedad actual. Lejos de inculcarla, se evade como si fuera un tipo de razonamiento imperfecto que se sale del carácter exacto que tienen las matemáticas. Sería necesario tener en cuenta esta necesidad.

Otro reto para hacer realidad estas propuestas es la formación del profesorado que será responsable de esta enseñanza. La necesidad de una preparación específica de los profesores para enseñar Estadística ha sido reconocido por la International Comisión on Mathematical Instruction (ICMI) y la International Association for Statistical Education (IASE) que han promovido un Estudio Conjunto específicamente orientado a promover la investigación y reflexión a nivel internacional sobre la educación y desarrollo profesional del profesor para enseñar Estadística (Batanero, Burrill y Reading, 2011).

Esperamos que dicho estudio, así como estas reflexiones, ayuden a tomar conciencia de esta necesidad a todos los implicados en la formación de profesores: Escuelas de Formación del Profesorado, asociaciones de profesores y autoridades educativas. Creemos que es necesario también continuar con la investigación y reflexión didáctica para poder seguir

construyendo la Educación Estadística y concretándola en cursos destinados a futuros profesores. Esperamos que este trabajo logre interesar a otros investigadores por esta problemática.

Agradecimientos: Proyecto EDU2010-14947 (MCINN-FEDER), Becas FPI-BES-2011-044684 y FPU-AP2007-03222 (MEC-FEDER) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

REFERENCIAS

- Bakker, A. y Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to reason about distribution. En J. Garfield y D. Ben Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp 147-168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Batanero, C., Burrill, G. y Reading, C. (Eds.) (2011). *Teaching Statistics in School Mathematics- Challenges for Teaching and Teacher Education. A Joint ICMI/IASE Study*. New York: Springer.
- Burrill, G., y Biehler, R. (2011). Fundamental statistics ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.).
- Burrill, G., y Camden (Eds.) (2006). *Curricular development in statistics education: IASE 2004 Roundtable*. Voorburg: International Association for Statistical Education. On line: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/>.
- Campos, T., Cazorla, I. y Kataoka, V. (2011). Statistics school curricula in Brazil. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), pp. 5-8.
- Cazorla, I. (2002). *A relação entre a habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Tesis Doctoral. Universidad de Campinas.
- Cobb, P. y Mc Clain, K. (2004). Principles of instructional design for supporting the development of students' statistical reasoning. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Consejería de Educación. Junta de Andalucía (2008). *ORDEN de 5 de agosto de 2008, por la que se desarrolla el Currículo correspondiente a la Educación Infantil en Andalucía*. Sevilla: Autor.

- Engel, J. y Sedlmeier (2011). Correlation and regression in the training of teachers. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), pp. 247-258.
- Estepa, A. (2004). Investigación en Educación Estadística. La asociación estadística. En R. Luengo (Ed.). *Líneas de investigación en Educación Matemática*, (pp. 227-255). Badajoz: Servicio de Publicaciones de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. Universidad de Extremadura.
- Fischbein (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *A curriculum framework for K-12 statistics education. GAISE report*. <http://www.amstat.org/education/gaise/>.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.
- Garfield, J. y Ben-Zvi (2008). *Developing students' statistical reasoning*. New York, USA: Springer
- Hacking, I. (1990). *The taming of chance*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- MacGillivray, H. y Pereira-Mendoza, L. (2011). Teaching statistical thinking through investigative projects. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), pp. 109-120.
- MEC (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
- MEC (2007a). *REAL DECRETO 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación infantil*. Madrid: Autor.
- MEC (2007b). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: Autor.
- MEC (2007c). *Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas*. Madrid: Autor.

- Moore, D. S. (1990). Uncertainty. En L. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). Washington, D.C.: National Academy Press
- Moore, D. S. (1991). Teaching Statistics as a respectable subject. En F. Gordon y S. Gordon (eds.), *Statistics for the Twenty-First Century*, (pp. 14-25). Mathematical Association of America.
- Moritz, J. (2004). Reasoning about covariation. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking*, pp. 221-255. Dordrecht (The Netherlands): Kluwer.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
- Núñez, F., Sanabria, G. y García, P. (2004). La probabilidad, lo aleatorio y su pedagogía. *Revista virtual Matemática, Educación e Internet*, 5(1). Online: www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/index.htm.
- OCDE (2009). *PISA 2009 assessment framework - Key Competencies in Reading, Mathematics and Science*. Paris: OCDE.
- Reading, C. y Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. En J. Garfield y D. Ben-Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Rossmann, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19. Online: www.stat.auckland.ac.nz/serj.
- Rubin, A., Hammerman, J. K. L. y Konold, C. (2006). Exploring informal inference with interactive visualization software. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education. Online: www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.
- Sánchez, E. y Batanero, C. (2011). Manejo de la información. En E. Sánchez (Coord.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Casos y perspectivas* (pp. 64-92). México, D. F.: Secretaría de Educación Pública.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching*

and Learning (pp. 957-1010). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc., and NCTM.

Watson, J.M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 221-248.