

## IMPACTO DE LA REDUNDANCIA ESTRUCTURAL EN EL COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE MARCOS DÚCTILES DE CONCRETO REFORZADO

### Arturo Tena Colunga

Profesor, Departamento de Materiales, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Edificio P4, 3er Piso, Av. San Pablo # 180, 02200 México, D.F.  
Correo electrónico: [atc@correo.azc.uam.mx](mailto:atc@correo.azc.uam.mx).

### José Antonio Cortés Benítez

Ingeniero estructural, ICA Ingeniería, México, DF,  
Correo electrónico: [cacho\\_55181@hotmail.com](mailto:cacho_55181@hotmail.com)

### RESUMEN

En este trabajo los autores presentan los resultados de un estudio paramétrico dedicado a evaluar el impacto que tiene el aumentar la redundancia estructural en edificios con base en marcos dúctiles de concreto reforzado de distintos niveles, al aumentar el número de crujías, utilizando análisis no lineales con carga monótonamente creciente ("pushover"), y así poder definir o evaluar numéricamente al factor de redundancia ( $\rho$ ). Los edificios fueron analizados y diseñados como marcos dúctiles de concreto reforzado conforme a las recomendaciones del Apéndice A de las NTCS-2004 y a las NTCC-2004. Los marcos en estudio tienen las siguientes características: a) marcos con un mismo claro  $L=7$  m y altura de entrepiso  $H=3.5$  m, con alturas de 4, 8, 12 y 16 niveles. Para cada marco antes descrito, se varió el número de crujías de 1, 2, 3 y 4, b) marcos con una altura de entrepiso  $H=3.5$  m y una longitud total fija  $L_{TOT}=12$  m. Los marcos son de 4, 8, 12 y 16 niveles, en los cuales se varió el número de crujías de 1, 2, 3 y 4. En los análisis no lineales se utilizó un modelado de plasticidad concentrada y se definió que los elementos vigas y columnas presentaran una no linealidad dominada por flexión. Con base en los resultados del presente estudio y de estudios previos reportados en la literatura especializada, se concluye que, en aras de la transparencia en el diseño sismorresistente de marcos dúctiles de concreto reforzado y otros sistemas estructurales, sí se justifica que la redundancia estructural sea tomada en cuenta directamente en el diseño mediante un factor de reducción por redundancia ( $\rho$ ), como lo proponen y hacen normas internacionales como el ASCE-7 o IBC, y nacionales como el Manual de Obras Civiles (MOC-2008).

### ABSTRACT

In this paper the authors present the results of a parametric study devoted to assess the impact of increasing the structural redundancy in ductile reinforced concrete (RC) moment framed buildings. Among the studied variables were the number of stories and the number of bays. Buildings were analyzed and designed

as special moment-resisting RC frames (SMR-RCMFs) according to the Appendix A of the seismic (NTCS-2004) and reinforced concrete (NTCC-2004) guidelines of Mexico's Federal District Code. The studied models have the following characteristics: a) 4, 8, 12 and 16-story frames with a story height  $H=3.5$  m and 1, 2, 3 or 4 bays with a bay-width  $L=7$  m, b) 4, 8, 12 and 16-story frames with a story height  $H=3.5$  m and a fixed length  $L_{TOT}=12$ m, were 1, 2, 3 or 4 bays have to be located. Nonlinear static analyses ("pushover") were used to evaluate numerically the redundancy factor ( $\rho$ ). A lumped plasticity modeling dominated by bending was used for beams and columns. Based on the results of this research and previous studies reported in the literature, it can be concluded that, for the sake of transparency in the seismic design of SMR-RCMFs and other structural systems, it is justified to account directly in the design the structural redundancy using a redundancy factor ( $\rho$ ), as done in international codes such as ASCE-7 or IBC and national codes as MOC-2008).

## 1 INTRODUCCIÓN

Para validar los modelos constitutivos de daño y de plasticidad, definidos respectivamente en En la actualidad, las demandas y tendencias arquitectónicas en cuanto a grandes espacios libres, necesarios para la optimización de áreas de construcción, el alto costo de los predios en las zonas financieras o de negocios de la ciudades y las malas estructuraciones por parte de los arquitectos e ingenieros, en especial en edificios con base en marcos rígidos, han provocado que se construyan edificios con grandes claros y muy pocas crujeas en alguna dirección, lo que redundo en estructuras con un grado de hiperestaticidad relativamente bajo.

Las experiencias que han dejado los sismos pasados, estudios experimentales y analíticos, señalan que la ductilidad y redundancia estructural han resultado ser los medios más efectivos para proporcionar seguridad contra el colapso y daños excesivos, especialmente si los movimientos resultan más severos que los anticipados por el diseño, pues en el momento en que sucede un sismo de gran intensidad, la respuesta global de la estructura deja de ser lineal e incursiona en su intervalo no lineal, lo que produce irremediamente algún tipo de daño en elementos. Debido a que el diseño sismorresistente contempla la posibilidad de daño en algunos elementos estructurales durante la ocurrencia de algún sismo fuerte, la estructura debe de ser capaz de acomodar todo este daño sin experimentar colapso.

Un buen detallado en una estructura de concreto reforzado aumenta su capacidad de deformación y le permite desarrollar la máxima resistencia de sus elementos, hasta que éstos no pueden aportar más rigidez ni resistencia y se formen articulaciones plásticas. El número de articulaciones plásticas necesarias para causar la inestabilidad de la estructura, y por consiguiente el colapso, depende del número de elementos estructurales resistentes a la carga, o mejor dicho, de la redundancia de la estructura. Por lo tanto, el grado de redundancia aumenta la capacidad de la estructura para incursionar en el intervalo no lineal. Esto se debe a que en la estructura se redistribuyen las solicitaciones de los

elementos más demandados, o elementos que entraron en su intervalo no lineal por la formación de articulaciones plásticas, a elementos con menor sollicitación.

La redundancia se refiere a la existencia de una gran cantidad de líneas de defensa continuas y resistentes a la carga, que causa un alto grado de hiperestaticidad. Una de las características más importantes que se debería buscar en una estructura desde el punto de vista de diseño sísmico es la redundancia, ya que cuando se cuenta con un número reducido de elementos, como es el caso de estructuras poco redundantes, la falla de alguno de éstos puede causar el colapso de la estructura. Por esto, un buen diseño sismorresistente debe tratar de distribuir las cargas laterales producidas por terremotos de gran intensidad entre el mayor número de elementos posibles, para permitirle a la estructura desarrollar su máxima resistencia y aprovechar la disipación de energía producida por histéresis.

El olvido del concepto de redundancia ha causado el uso de estructuraciones vulnerables en edificios urbanos, donde en muchas ocasiones se estructura en una dirección corta marcos con una sola crujía, lo que favorece además dos condiciones de irregular estructural: plantas alargadas y/o esbeltez. Ejemplos de lo anterior se han dado varios, por citar algunos casos, los edificios Petunia (figura 1a) y Laguna Beach (figura 1b) durante el sismo de Caracas del 29 de julio de 1967 (Web Berkeley 2010, Tena 2010), el multifamiliar Juárez durante el sismo de Michoacán del 19 de septiembre de 1985, que era un conjunto de edificios de considerable altura que además contaban con plantas alargadas y esbeltas (figura 2a), y cuya estructuración en la dirección esbelta, donde finalmente colapsó (figura 2b), era poco redundante (figura 2a).



a) Edificios Petunia, con una línea de defensa (muros) en la dirección corta, esbeltos y planta alargada

b) Edificio Laguna Beach, con marco de una crujía con muros diafragma en la dirección corta, esbelto y con planta alargada

**Figura 1** Edificios poco redundantes en la dirección corta que presentaron daño estructural durante el sismo de Caracas (fotos de la colección de Karl Steinbrugge, Web-Berkeley 2010).



a) Estructuración de los multifamiliares Juárez

b) Colapso del Edificio C-4

**Figura 2** Colapso del edificio C-4 del multifamiliar Juárez durante sismo del 19 de septiembre de 1985. (fotos e imágenes de <http://www.arqred.mx/blog/tag/multifamiliar-juarez>)

Otro ejemplo de lo vulnerable que son estructuras poco redundantes se ilustra con la figura 3a, donde se aprecia el colapso parcial de un edificio esbelto de acero estructural de una crujía en una dirección y dos crujías en la dirección ortogonal durante el sismo de Kobe del 17 enero de 1995. Como se observa, el edificio falló en la dirección con menor grado de redundancia.

Aunque un poco menos claro que el caso anterior, por su colindancia con casas-habitación en distintos niveles, se observó en el sismo de Pisco del 15 de agosto de 2007, donde se presentó el colapso de un edificio de sólo tres niveles, pero que contaba con demasiadas irregularidades y malos conceptos de estructuración, entre ellos una baja redundancia (marcos de una sola crujía) en la dirección esbelta (figura 3b), lo que junto con el choque estructural aparente en la dirección poco redundante, causó el colapso de las columnas en el segundo nivel.

Con base en lo anteriormente ilustrado, se considera sí se debe tomar en cuenta de manera transparente la redundancia estructural en el diseño sísmico de edificios, pues en sismos anteriores se ha demostrado que estas estructuras son vulnerables, no importando que sean de poca altura (figura 3) o de mediana a gran altura (figuras 1 y 2).



a) Colapso de edificio poco redundante en la dirección esbelta durante el sismo de Kobe. (<http://www.eqe.com/publications/kobe/kobe.htm>)



b) Colapso de edificio poco redundante en la dirección esbelta durante el sismo de Pisco. Foto cortesía de Javier Piqué

**Figura 3** Colapso de edificios poco redundantes (una sola cruzija en la dirección corta), durante los sismos de Kobe, Japón de 1995 y de Pisco, Perú de 2007.

## 2 DEFINICIÓN DE REDUNDANCIA

La definición de redundancia ante cualquier patrón de carga se describe en función del número de regiones críticas, llamadas articulaciones plásticas, necesarias para causar la inestabilidad o colapso de la estructura.

Los beneficios de la redundancia estructural se pueden ilustrar con estructuras muy sencillas, como las vigas con diferentes grados de indeterminación estática que se muestran en la figura 4. Para cada viga se realizó un análisis plástico paso a paso, considerando las propiedades de un material elasto-plástico. El análisis se hizo bajo la suposición de condiciones ideales, es decir, se calculó la carga que causa la formación de una articulación plástica y también la deflexión asociada a esta carga (por ejemplo, Bruneau *et al.* 1998). Los resultados del análisis demuestran que al incrementar el grado de redundancia, la rigidez del sistema aumenta, así como la capacidad de carga y su ductilidad (figura 5).

Los resultados del análisis plástico paso a paso de las vigas se pueden extrapolar a estructuras más complejas para entender la redistribución de daño entre sus elementos, como se observa en la figura 4a. Al formarse una articulación plástica en una estructura isostática, inmediatamente después sucede el colapso. Ahora, si consideramos estructuras con algún grado de redundancia (figuras 4b y 4c), al formarse la primera articulación plástica la estructura tiene la capacidad de recuperarse, puesto que conforme crece el grado de redundancia se necesita un mayor número de articulaciones plásticas para causar la inestabilidad de la estructura.

La definición de redundancia ante carga laterales como las producidas por los sismos se describe en función del número de articulaciones plásticas necesarias para causar la inestabilidad o colapso de la estructura bajo la acción de cargas laterales y gravitacionales. En este caso, el grado de redundancia ante la carga lateral no sólo depende de las propiedades geométricas estructurales, refuerzo y detallado, sino también del comportamiento dinámico de la estructura, y del patrón de cargas laterales (Bertero y Bertero 1999).

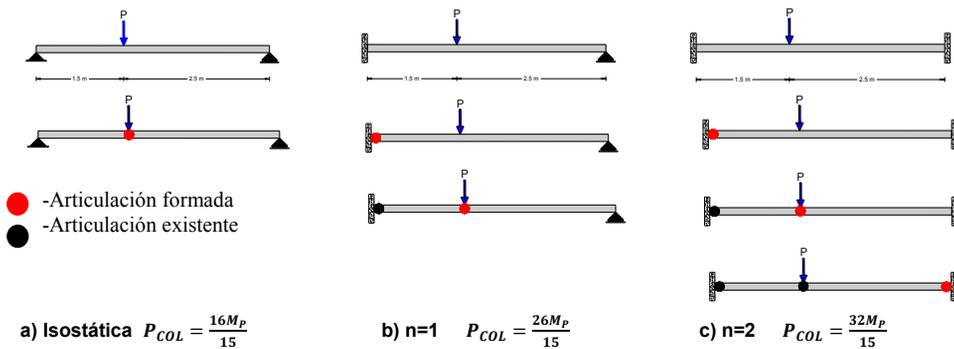


Figura 4 Análisis plástico paso a paso de vigas con distintos grados de indeterminación estática

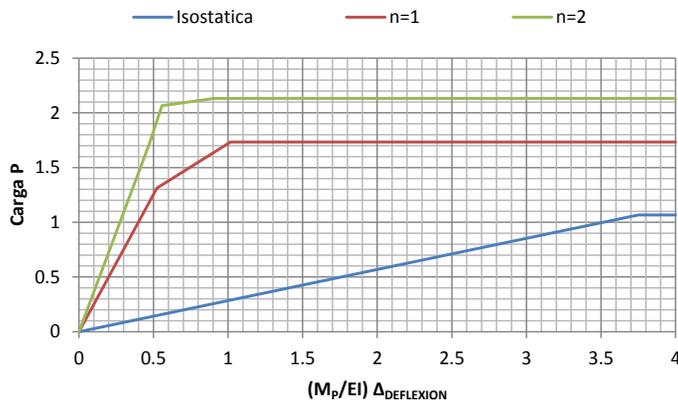
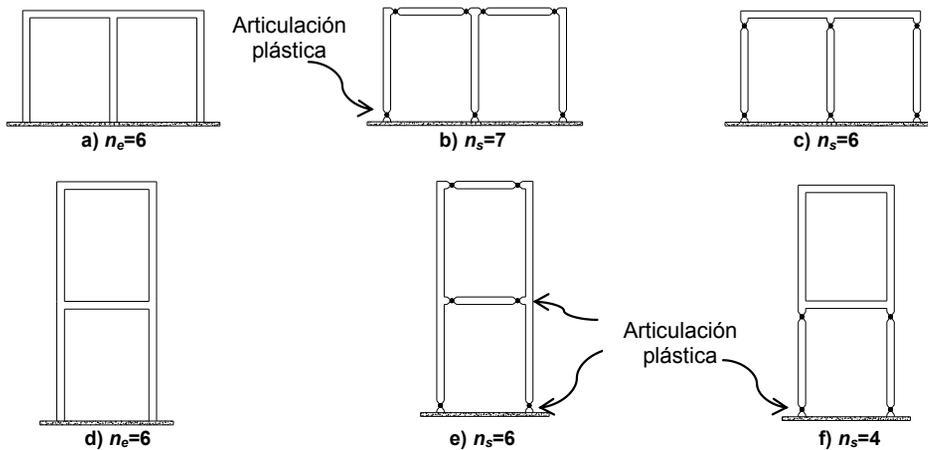


Figura 5 Capacidad de carga contra deflexión de vigas con diferentes grados de hiperestaticidad

En las figuras 6a y 6d se presentan dos marcos con el mismo grado de indeterminación estática ( $n_e=6$ ). En las figuras 6b, 6c, 6e y 6f se representan los mecanismos de colapso teóricos que definen el grado de indeterminación ante cargas sísmicas,  $n_s$ . En las figuras 6b y 6e se muestran los mecanismos de colapsos deseados reglamentariamente, los que pueden obtenerse con un buen detallado estructural que favorezca el mecanismo de viga débil – columna fuerte. En las figuras 6c y 6f se ilustran mecanismos de colapso indeseables por primer piso suave. Lo que cabe destacar aquí es demostrar que, conforme a la teoría, un marco con menos crujías es siempre menos redundante ante carga lateral que un marco que tenga el mismo grado de indeterminación estática, pero más crujías. Se aprecia que el marco de la figura 6a, de dos crujías, siempre tiene una mayor redundancia ante carga lateral con respecto al marco de una crujía de la figura 6d,

ya sea que el mecanismo de colapso corresponda a viga débil – columna fuerte ( $n_s=7$  vs  $n_s=6$ ) o a un piso suave ( $n_s=6$  vs  $n_s=4$ ).

Bertero y Bertero (1999) enfatizan que la redundancia produce varios efectos benéficos sobre la respuesta estructural como: a) evita la concentración de daño al aumentar la disipación de energía entre varios elementos, b) disminuye los desplazamientos laterales y la demanda de ductilidad debida a torsión inelástica, y, c) permite la obtención de elementos menos robustos en comparación a edificios menos redundantes. Por lo anterior, cada uno de estos efectos debería ser considerado en el lugar correspondiente en el diseño sísmico, con un factor de redundancia, y no debería ser incluido de manera indirecta en otros factores.



**Figura 6** Diferencias entre indeterminación estática y redundancia ante cargas laterales (adaptado de Bertero y Bertero, 1999)

Estas observaciones generales que realizaron en su estudio Bertero y Bertero (1999) pueden ser ilustradas con modelos sencillos de marcos de una y dos crujías (figura 7) analizados al límite (análisis plástico) y considerando condiciones ideales. En los resultados del análisis se observa que al agregar una crujía extra, la capacidad de carga del marco aumenta 54.5%. Además de aumentar su capacidad de incursionar en su intervalo no lineal por la formación de una mayor cantidad de articulaciones plásticas, en estructuras reales esto aumenta la disipación de energía por histéresis, evita la acumulación de daño en los elementos y disminuye la demanda de ductilidad debida a torsión inelástica. Ahora, si consideramos que los elementos de los dos marcos tienen las mismas secciones al considerar que el momento plástico  $M_p$  en las dos estructuras es idéntico, se puede justificar reducir las secciones del marco de la figura 7b para obtener una capacidad de carga semejante a la del marco de la figura 7a, lo que demuestra que se pueden obtener secciones menos robustas en estructuras más redundantes.

### 3 INVESTIGACIÓN PREVIA

A pesar de su importancia en el desempeño de las estructuras ante sismos intensos, la redundancia estructural ha sido relativamente poco estudiada. La mayor parte de los estudios disponibles tienen un enfoque probabilista (Feng y Moses 1986, Frangopol y Curley 1987, Fu y Frangopol 1990, Paliou *et al.* 1990, Bertero y Bertero 1999) o mixto (Husain y Tsopelas 2004, Tsopelas y Husain 2004, Fallah *et al.* 2009). De los pocos estudios recientes disponibles, los investigadores que los realizaron no están de acuerdo en combinar sus efectos con otras variables, como se hace hasta la fecha en algunos reglamentos vigentes (por ejemplo, Bertero y Bertero 1999, Tsopelas y Husain 2004). Por su relación con la investigación reportada en Cortés (2012), destacan los estudios de Bertero y Bertero 1999, Husain y Tsopelas 2004 y Tsopelas y Husain (2004).

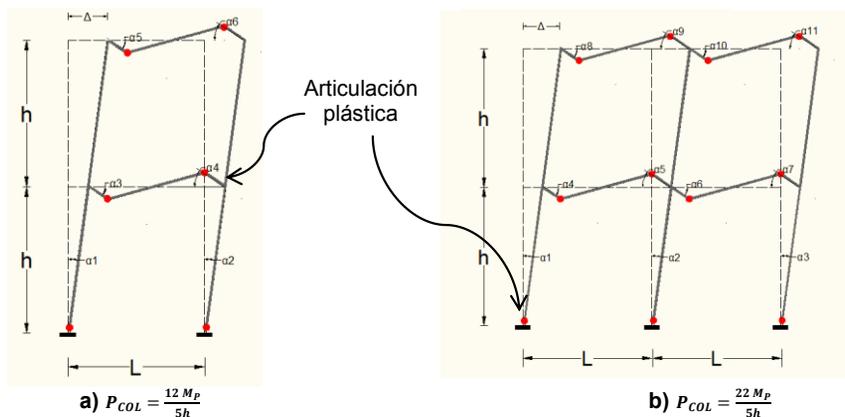


Figura 7 Análisis plástico de marcos de una y dos crujías

Bertero y Bertero (1999) analizaron los efectos de la redundancia en la probabilidad de falla estructural, haciendo hincapié en las relaciones que existen con la ductilidad y la sobrerresistencia. Los autores enfatizan las dificultades que existen para definir y cuantificar los efectos de la redundancia en el contexto particular de diseño sismo-resistente y proponen dos definiciones diferentes de redundancia basadas en la probabilidad de falla del sistema estructural. Conforme a los resultados obtenidos en su estudio, ellos concluyen que aunque la redundancia puede ocasionar varios efectos benéficos en las respuestas ante sismos, el componente del factor de reducción  $R$  ( $Q'$  en los reglamentos mexicanos) debido a la redundancia ( $R_R$ ) no puede establecerse independientemente de la sobrerresistencia y la ductilidad del sistema estructural. También concluyen que para tomar ventaja de la redundancia desde un punto de vista probabilístico es necesario, entre otros aspectos: a) reducir el coeficiente de variación de la demanda con respecto al coeficiente de variación de la capacidad suministrada, b) aumentar la sobrerresistencia, c) aumentar la capacidad de rotación plástica en función de la ductilidad y, d) garantizar una rotación plástica mínima en todos los elementos que componen al sistema estructural de manera que puedan seguir el patrón de deformación de la estructura sin fallas repentinas y

así permitan a otros elementos disipar la energía de entrada del sismo, es decir, permitan redistribuir el daño.

Husain y Tsopelas (2004a) presentaron un método basado en análisis estáticos no lineales ante carga lateral monótona creciente (“pushover”) para cuantificar los efectos deterministas y probabilistas de la redundancia en la resistencia lateral de sistemas estructurales por medio de dos índices, el índice de resistencia por redundancia ( $r_S$ ) y el índice de variación por redundancia ( $r_V$ ), cuyo objetivo principal fue desarrollar un método simple para evaluar el factor de reducción por redundancia  $R_R$  (Tsopelas y Husain 2004). El estudio se hizo con base en marcos planos de concreto reforzado, donde se hizo variar el número de niveles de los marcos de 3, 5, 7 y 9, además del número de crujías de 1, 2, 4 y 6. Para tomar en cuenta el efecto de la ductilidad, se diseñaron genéricamente las vigas con ductilidades teóricas de 1.5 a 16.

El índice de resistencia por redundancia ( $r_S$ ) captura la capacidad de un sistema estructural de redistribuir cargas de los elementos donde se formaron articulaciones plásticas hacia elementos menos demandados. El índice es calculado con la ecuación 1, donde  $V_u$  es el cortante basal máximo alcanzado por la estructura con características redundantes, y  $V_{nR}$  es el cortante basal máximo desarrollado de un sistema no redundante. Este cortante basal máximo desarrollado por la estructura no redundante, puede ser representado por el cortante en la base de la misma estructura en análisis hasta la formación de la primera articulación plástica.

$$r_S = \frac{V_u}{V_{nR}} \quad (1)$$

El índice  $r_V$ , se calcula con la ecuación 2, deducida a partir de marcos de concreto en dos dimensiones. Este factor puede variar desde cero, que corresponde a una estructura con mucha redundancia, hasta uno, que describe a una estructura isostática. En la ecuación 2,  $n$  es el número de articulaciones plásticas necesarias para causar el mecanismo de colapso, y  $\bar{\rho}$  es el coeficiente de correlación promedio de las deformaciones.

$$r_V = \sqrt{\frac{1+(n-1)\bar{\rho}}{n}} \quad (2)$$

El factor de redundancia  $R_R$  se calcula a partir de los dos índices descritos antes (ecuación 3), donde  $k$  es el factor de forma de la resistencia y toma valores entre 1.5 y 2.5, y  $v_e$  es el coeficiente de variación de las fuerzas y su valor varía entre 0.08 y 0.014. En el producto  $kv_e$  puede ser usado con razonable exactitud un valor de 0.2.

$$R_R = r_S \left( \frac{1-k v_e r_V}{1-k v_e} \right) \quad (3)$$

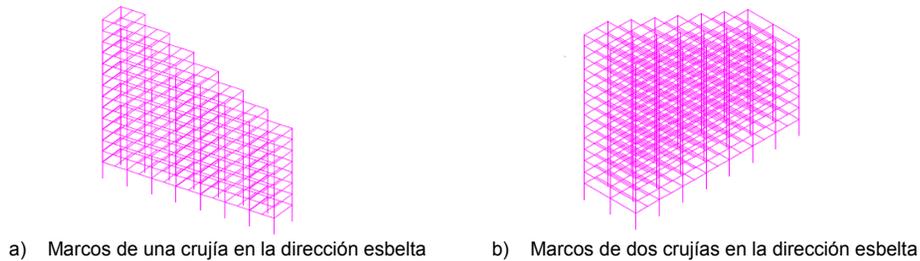
Husain y Tsopelas (2004) concluyen que el factor de redundancia  $R_R$  depende de: a) el número de crujías, b) las longitudes de los claros de las crujías, c) el número de niveles, d) los patrones de cargas laterales, e) las cargas

distribuidas sobre las vigas y f) la ductilidad local de los elementos. Entre los efectos más significativos que observaron en su estudio al variar las propiedades de la estructura, se encuentran los siguientes:

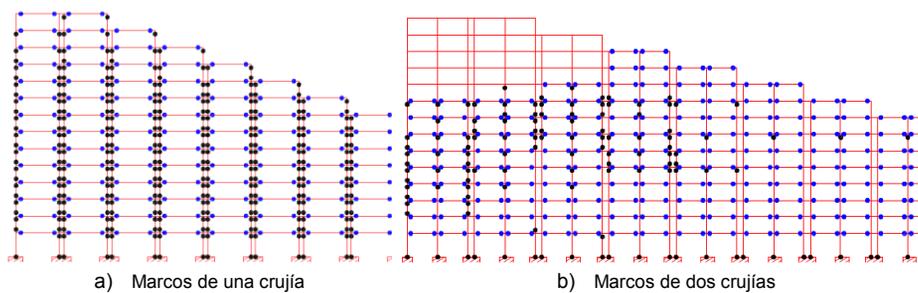
- Un aumento de la ductilidad local de las vigas de 1.5 a 3.0 mejora significativamente el factor de redundancia de los marcos, pero para ductilidades mayores a 10 el factor de redundancia ya no aumenta de manera apreciable.
- El factor por redundancia para marcos dúctiles de una crujía aumenta notablemente añadiendo crujías extras; sin embargo, este efecto ya no es tan pronunciado para marcos con cuatro o más crujías.
- La flexibilidad de las vigas calculadas por la relación de claro a peralte de la viga causa un aumento en el factor de redundancia. Este efecto positivo puede interpretarse como consecuencia de la capacidad de deformación de las vigas con relaciones altas de claro a peralte, lo que mejora la distribución de cargas a elementos menos demandados.
- Las cargas de gravedad distribuidas sobre las vigas aumentan considerablemente el factor de redundancia. Esto es consecuencia de que los momentos causados por las fuerzas de gravedad aumenta el momento flexionante en un extremo de la viga y disminuye el del otro extremo, esto causa la formación temprana de la articulación en un extremo de la viga y retrasa la formación de la articulación en el otro extremo. Este comportamiento de la estructura causa el retraso de la formación del mecanismo de colapso.

El método presentado por Husain y Tsopelas es robusto. Sin embargo, desde el punto de vista de la práctica profesional, tiene la desventaja que las variables necesarias para la obtención del factor de redundancia  $R_R$ , deben obtenerse con base en análisis no lineales ante carga monótona creciente (pushover), lo que aún hoy en día no es práctica común en los despachos de diseño estructural de México. En la actualidad este tipo de factores deben de ser transparentes para los ingenieros estructuristas, y estar en función de variables sencillas de identificar como el número de crujías resistentes en la dirección de análisis.

Finalmente, Tena-Colunga (2004) evaluó deterministamente el impacto que tiene aumentar una línea de defensa más a dos edificios con base en marcos dúctiles de concreto reforzado, irregulares en elevación (escalonados y esbeltos en una dirección), que son dinámicamente similares y que fueron diseñadas conforme a las NTCS-95 (1995). El edificio original consta de marcos de una crujía en la dirección corta (figura 8a), mientras que el edificio dinámicamente consta de marcos con dos crujías en esa misma dirección (figura 8b).



**Figura 8** Edificios irregulares con base en marcos dúctiles de concreto reforzado diseñados conforme a las NTCS-95 para ser dinámicamente similares



**Figura 9** Envolvente de las articulaciones plásticas y fluencias de los marcos en la dirección corta de los edificios de la figura 8 cuando se sujetan al registro de aceleración SCT85-EW

Al realizar simulaciones numéricas con registros acelerométricos compatibles con el espectro de diseño sísmico empleado, se obtuvo que mientras el edificio con marcos de una sola crujía en la dirección esbelta experimentaría teóricamente su colapso total por desarrollar articulaciones plásticas tanto en vigas como columnas en todos los niveles (figura 9a), el edificio que dispone de marcos de dos crujías en la dirección esbelta desarrollaría principalmente rotaciones plásticas en las vigas y fluencias en algunas columnas de entresijos intermedios. El estudio ilustró puntualmente la importancia de la redundancia en el comportamiento de las estructuras, y cómo al aumentar la redundancia estructural, aunque sea la inclusión de una línea de crujías extra, puede proteger a los edificios de posibles colapsos, aún a los que son irregulares.

#### 4 REGLAMENTACIÓN VIGENTE

Hasta donde saben los autores, la primera propuesta reglamentaria para introducir un factor de reducción por redundancia ( $\rho$ ) fue hecha por el reglamento UBC-97 (1997) y desde ese entonces el concepto ha evolucionado en las recomendaciones de diseño sísmico más recientes de los Estados Unidos (ASCE-7 2010).

##### ASCE-7

En el documento ASCE-7 (2010), el factor de corrección por redundancia estructural,  $\rho$ , se toma en cuenta en las combinaciones de carga utilizadas durante el análisis de la estructura mediante la consideración de los efectos sísmicos  $E$ :

$$E = \rho Q_E + 0.2S_{DS}D \quad (4)$$

$$E = \rho Q_E - 0.2S_{DS}D \quad (5)$$

donde  $E$  es el efecto combinado de fuerzas horizontales y verticales inducidas por el sismo;  $D$  es el efecto de la carga muerta,  $Q_E$  es el efecto de la fuerza sísmica horizontal y  $S_{DS}$  es la aceleración del espectro de diseño para periodos cortos.

Se tomará  $\rho=1.0$  cuando se cumplan las siguientes características:

- Estructuras asignadas a la categoría de diseño sísmico B o C
- En el cálculo de distorsiones de entrepiso y efectos P- $\Delta$
- Diseño de componentes no estructurales
- Diseño de estructuras que no sean similares a edificios
- Cargas de diseño de diafragmas
- Estructuras con sistemas de amortiguamiento

Para estructuras asignadas a la categoría de diseño D, E o F,  $\rho=1.3$ , a no ser que una de las condiciones siguientes se cumpla, por lo cual se permite que  $\rho=1.0$ :

- a) Estructuras que son regulares en planta y elevación que son provistas con un sistema de resistencia ante carga lateral que consiste de al menos dos crujías perimetrales en cada lado de la estructura y en cada dirección ortogonal de cada entrepiso. El número de crujías para muros de cortante va a ser calculado como la longitud del muro dividido por la altura de entrepiso o dos veces la longitud del muro dividido entre la altura de entrepiso para estructuras de marcos ligeros.
- b) Cada entrepiso de la estructura resiste más del 35% del cortante basal.

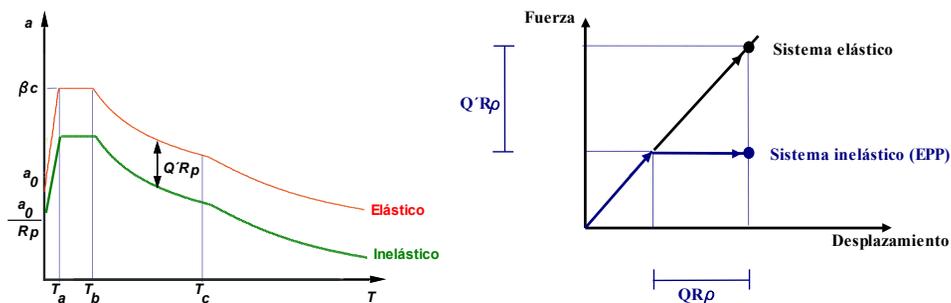
En el ASCE-7 con el factor  $\rho$  se toma en cuenta el riesgo sísmico de la zona donde se construirá la estructura, que se considera en la asignación de la categoría de diseño sísmico, ya sea por periodos cortos ( $S_{DS}$ ) o periodos de un segundo ( $S_1$ ). Además, considera la importancia de la construcción, castigando a estructuras que necesitan estar en funcionamiento después de algún sismo o desastre natural; esto se hace considerando el uso de la estructura en la asignación de las categorías de diseño sísmico. Por último, con el factor  $\rho$  se castiga a estructuras donde gran parte de su resistencia depende de un solo elemento, por ejemplo, cuando un elemento proporciona más del 33% de la resistencia de un entrepiso.

## 5 MOC-2008

El Manual de Obras Civiles (MOC-2008 2009) de Comisión Federal de Electricidad es la primera normatividad de México en introducir un factor de reducción por redundancia (MOC-2008 2009, Tena-Colunga *et al.* 2009), pero la manera en que se toma en cuenta es distinta a como lo hacen los reglamentos de Estados Unidos referidos anteriormente.

En el MOC-2008 (2009) se proponen modificar las aceleraciones del espectro de diseño, además de en función de la ductilidad ( $Q'$ ) y la sobrerresistencia ( $R$ ), por la redundancia ( $\rho$ ) del sistema estructural (figura 10):

$$a' = \frac{a(\beta)}{Q' R \rho} \quad (6)$$



**Figura 10** Reducción del espectro elástico de diseño del MOC-2008 por concepto de ductilidad ( $Q'$ ), sobrerresistencia ( $R$ ) y redundancia ( $\rho$ )

El factor de redundancia,  $\rho$ , se toma en cuenta para cada dirección ortogonal de análisis de la manera siguiente:

$\rho=0.8$  en estructuras con al menos dos marcos o líneas de defensa paralelas en la dirección de análisis, cuando se disponga de marcos de una sola crujía o estructuraciones equivalentes (un solo muro por línea de defensa paralela, etc.).

$\rho=1.0$  en estructuras con al menos dos marcos o líneas de defensa paralelas en la dirección de análisis y que cada marco o línea de defensa disponga de al menos dos crujías o estructuraciones equivalentes.

$\rho=1.25$  en estructuras con al menos tres marcos o líneas de defensa paralelas en la dirección de análisis y que cada marco o línea de defensa disponga de al menos tres crujías o estructuraciones equivalentes.

Con la introducción del factor de redundancia  $\rho$  en el MOC-2008, se reconoce directamente que la estabilidad, la capacidad de deformación y la resistencia adicional de las estructuras aumentan a medida de que éstas son más redundantes. El propósito de  $\rho$  es premiar con reducciones mayores el diseño de estructuras más redundantes (de mejor comportamiento) y castigar o desincentivar

el diseño de los sistemas menos redundantes, de comportamiento más incierto, propensos a concentrar las deformaciones inelásticas y, con ello, a desarrollar menor ductilidad y/o resistencia adicional.

La propuesta de corrección por redundancia considera que ésta ya ha sido de alguna manera tomada en cuenta indirectamente en los valores del factor de comportamiento sísmico  $Q$  y del factor de reducción por sobrerresistencia,  $R$ , por lo que se requieren hacer ajustes para los sistemas más redundantes y menos redundantes. En todos los casos, se enfatiza que cualquier estructura debe poseer al menos dos marcos o líneas de defensa paralelas en la dirección de análisis, por lo que no será aceptable estructurar edificios con una sola línea de defensa en la dirección de análisis, como pudiera ser, por ejemplo, una estructuración tipo péndulo invertido.

Las estructuraciones donde se propone  $\rho=1.0$  corresponden esencialmente a aquéllas con la tipología más generalmente utilizada en estudios en los que se basan algunas de las propuestas de los factores de reducción por sobrerresistencia. Se solicita además un mínimo de dos crujías por marco, con base en los resultados de los estudios presentados por Husain y Tsopelas (2004), Tsopelas y Husain (2004) y Tena-Colunga (2004). Se propone  $\rho=1.25$  para sistemas redundantes, con base en estudios relativamente recientes, donde se ha comprobado que este tipo de sistemas son capaces de desarrollar demandas de deformación y factores de sobrerresistencia mayores a los propuestos en su diseño (Tena-Colunga *et al.* 2008). Se propone  $\rho=0.8$  para los sistemas poco redundantes, como los marcos de una sola crujía tomando en cuenta lo siguiente: (a) la vulnerabilidad de este tipo de estructuraciones manifestada en sismos anteriores, particularmente si tienden a ser esbeltas, como se ilustró en la introducción, (b) esta estructuración tiende a concentrar la plasticidad y a que se formen mecanismos frágiles de piso débiles o mixtos con plasticidad concentrada en columnas (por ejemplo, Tena-Colunga 2004) y, (c) algunos estudios conducidos en marcos de concreto reforzado de una sola crujía para estimar factores de sobrerresistencia han reportado valores de  $R=1.5$  o inferiores.

## 6 ALCANCE DEL ESTUDIO

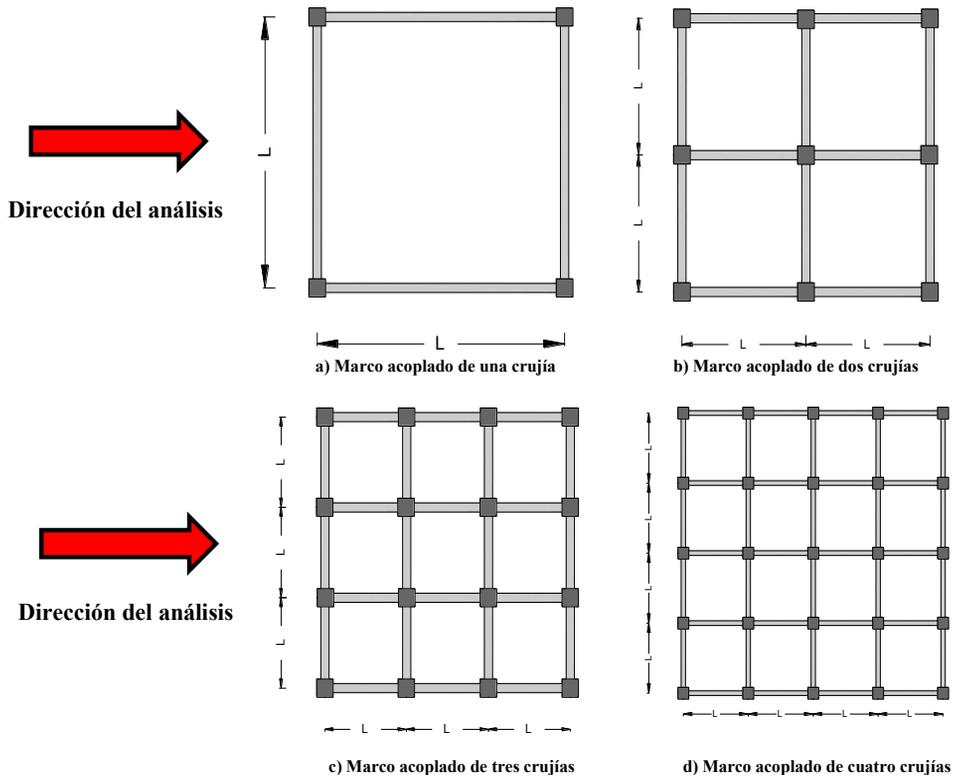
El objetivo principal del estudio presentado con detalle en Cortés (2012) fue determinar el impacto en el factor de redundancia ( $\rho$ ) de aumentar el número de crujías en edificios con marcos dúctiles de concreto reforzado de distintos niveles, utilizando análisis no lineales con carga monótonamente creciente (pushover), y así poder valorar qué tan acertada o no es la propuesta del MOC-2008 (2009), pues como se señala en los comentarios de dicho documento: “Aunque la propuesta se basa en los resultados de varios estudios, también está basada en la intuición y la experiencia, por lo que es susceptible de revisión y de mejoras que se verán reflejadas en futuras revisiones de este cuerpo normativo”.

## **7 MODELOS ESTRUCTURALES**

Para alcanzar los objetivos planteados en este trabajo de investigación, el primer paso consistió en diseñar edificios con base en marcos dúctiles de concreto reforzado regulares en planta y elevación ante un cortante basal  $V/W=0.1$ . El diseño se realizó conforme a las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Concreto vigentes (NTCC-04 2004). Los marcos en estudio tienen las siguientes características:

- Marcos con un mismo claro  $L=7$  m y altura de entrepiso  $H=3.5$  m (figura 11), con alturas de 4, 8, 12 y 16 niveles. En cada marco antes descrito se varió el número de crujías: 1, 2, 3 y 4. A estos modelos se les identifica más adelante como “modelos acoplados”
- Marcos con una altura de entrepiso  $H=3.5$  m y una longitud total fija  $L_{TOT}=12$  m (figura 12), con alturas de 4, 8, 12 y 16 niveles en los cuales se varió el número de crujías: 1, 2, 3 y 4. A estos modelos se les identifica más adelante como “modelos de longitud constante”

Las cargas vivas máximas e instantáneas de diseño se tomaron de las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones (NTCCA-04 2004). En entrepisos se utilizaron las cargas correspondientes a uso de oficinas y en el último nivel se tomaron las cargas de azoteas con pendiente no mayor a 5%. Para las cargas muertas se cuantificó el peso de cada elemento estructural y no estructural que comúnmente se encuentran actuando en una oficina. Las cargas se supusieron uniformemente distribuidas sobre la losa. En el análisis y diseño de los marcos se consideraron las combinaciones de carga permanentes  $1.4(C_{MUE} + W_{MAX})$  y acciones accidentales  $1.1(C_{MUE} + W_{INS})$ .



**Figura 11** Planta tipo de los edificios diseñados con crujías con claros de  $L=7\text{m}$

Dado que por simplicidad para la comparación de la respuesta de los distintos modelos se fijó el cortante basal de diseño al 10% del peso total del edificio ( $V=0.10W$ ), los edificios se diseñaron mediante el método estático conforme a las NTCS-04 (2004), el cual toma en cuenta la participación de modos superiores en el patrón de carga lateral para estructuras de periodo largo (en la rama descendente del espectro). Conforme al método estático de las NTCS-04, la distribución de fuerzas laterales se hace de la siguiente manera:

$$F_i = V_B \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i}; \quad \text{si } T \leq T_b \quad (7)$$

$$F_i = W_i (k_1 h_i + k_2 h_i^2) \frac{a}{Q}; \quad \text{si } T > T_b \quad (8)$$

$$k_1 = [1 - 0.5 r(1 - q)] \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i^2} \quad (9)$$

$$k_2 = 0.75 r(1 - q) \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i^2} \quad (10)$$

Donde  $F_i$ ,  $W_i$  y  $h_i$  son la fuerza lateral, el peso y la altura del  $i$ -ésimo nivel de la estructura sobre el terreno, respectivamente,  $T$  es el periodo de la estructura y  $T_b$  es el periodo característico que define el final de la meseta y el inicio de la rama descendente del espectro de diseño.

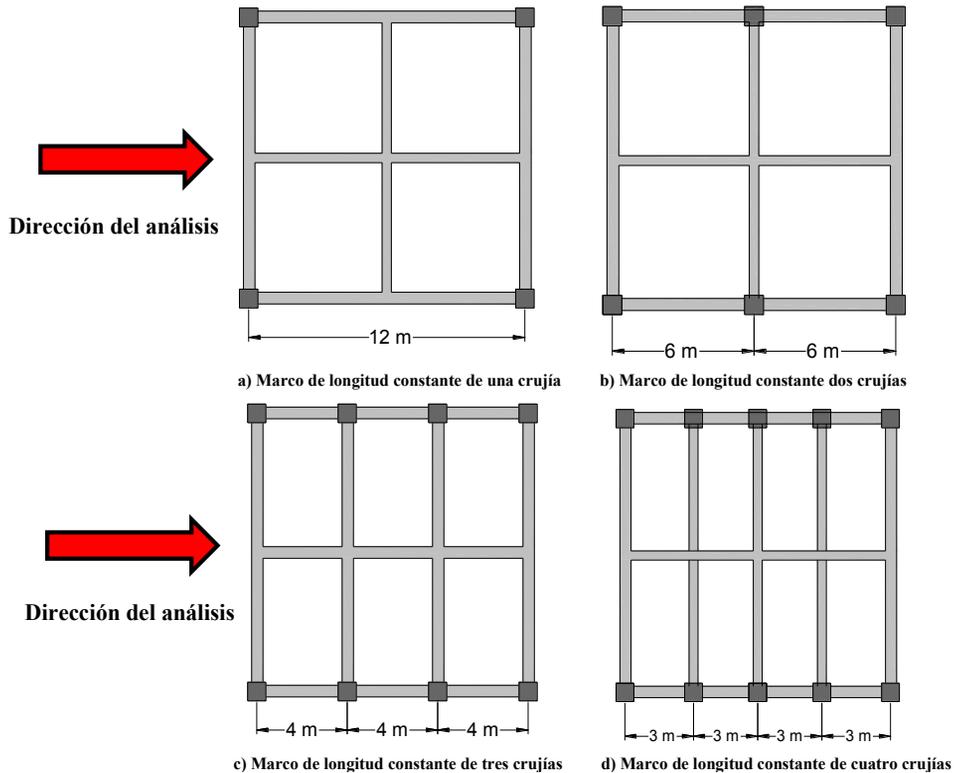


Figura 12 Planta tipo de los edificios diseñados con una longitud total fija  $L_{TOT}=12m$

El análisis de los modelos se hizo con el programa SAP 2000 (CSI-2005 2005), bajo las siguientes hipótesis: 1) un empotramiento perfecto en la base de las columnas de todos los modelos, 2) se consideraron las inercias brutas de las secciones vigas y columnas, por las razones que se explican con detalle en otros trabajos (Tena-Colunga *et al.* 2008 y Tena *et al.* 2012), 3) una rigidez infinita de los nudos viga-columna igual al 50% de sus dimensiones nominales y 4) el concreto tiene las siguientes propiedades índice:  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ ,  $E_c = 14,000\sqrt{f'_c}$ ,  $\nu_c = 0.20$  y  $\gamma_c = 2,400 \text{ kg/m}^3$ .

En el diseño de los marcos se intentó llegar a la distorsión de entrepiso límite de 0.03 (3%) que se establece en el Apéndice A de las NTCS-04 (2004). Las distorsiones de entrepiso de diseño se obtuvieron multiplicando las distorsiones obtenidas de los análisis elásticos, por el factor de comportamiento sísmico ( $Q=4$ ) y por el factor de sobrerresistencia ( $R$ ) correspondientes según las mismas NTCS-04. Las envolventes de distorsiones de entrepiso de diseño se presentan con detalle en Cortés (2012). Las distorsiones de entrepiso máximas de diseño para cada modelo se resumen en las tablas 1 y 2. En dichas tablas se aprecia que las

distorsiones máximas de diseño de los modelos de 4 niveles son las más bajas, debido a que en estos modelos rigieron el diseño de muchos elementos las combinaciones de cargas verticales. En general, las distorsiones de diseño más altas se obtuvieron para los modelos menos redundantes (con menos crujías), lo cual es más notorio en los modelos definidos como de longitud constante (tabla 2), ya que al aumentar el número de crujías, se reduce su claro (figura 12), y por tanto, son cada vez más rígidos.

**Tabla 1** Resumen de los diseños para los modelos acoplados (L=7m)

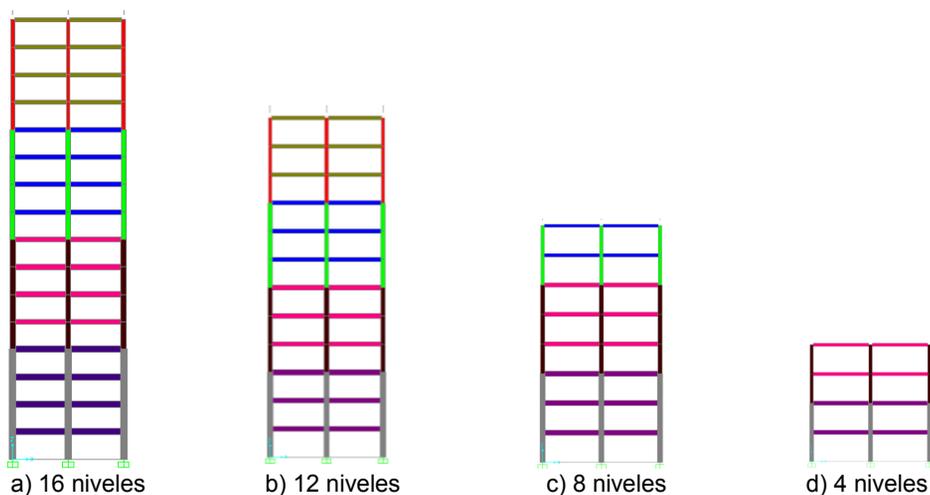
Modelo	$\Delta_{max}$ (%)	$\rho^+$ vigas (%)	$\rho^-$ vigas (%)	$\rho_{columnas}$ (%)	Modelo	$\Delta_{max}$ (%)	$\rho^+$ vigas (%)	$\rho^-$ vigas (%)	$\rho_{columnas}$ (%)
<b>M1-4ACO</b>	1.4	0.79-1.01	0.44-0.51	1.0-1.3	<b>M1-12ACO</b>	2.5	0.92-1.13	0.69-0.80	1.2-1.3
<b>M2-4ACO</b>	1.3	0.82-1.04	0.42-0.52	1.2-1.3	<b>M2-12ACO</b>	1.85	0.83-1.14	0.50-0.76	1.2-1.3
<b>M3-4ACO</b>	1.2	0.82-1.04	0.42-0.52	1.2-1.3	<b>M3-12ACO</b>	1.85	1.04-1.20	0.62-0.82	1.2-1.3
<b>M4-4ACO</b>	1.2	0.82-1.04	0.42-0.52	1.2-1.3	<b>M4-12ACO</b>	1.85	0.99-1.21	0.66-0.73	1.2-1.3
<b>M1-8ACO</b>	2.2	1.04-1.15	0.59-0.69	1.2-1.3	<b>M1-16ACO</b>	2.8	0.83-1.20	0.67-0.95	1.2-1.3
<b>M2-8ACO</b>	2.0	1.06-1.18	0.58-0.70	1.2-1.3	<b>M2-16ACO</b>	2.5	1.00-1.39	0.78-1.09	1.2-1.3
<b>M3-8ACO</b>	1.9	0.91-1.12	0.52-0.66	1.2-1.3	<b>M3-16ACO</b>	1.7	0.79-1.12	0.53-0.83	1.2-1.3
<b>M4-8ACO</b>	1.85	0.91-1.12	0.52-0.66	1.2-1.3	<b>M4-16ACO</b>	1.6	0.79-1.12	0.53-0.83	1.2-1.3

**Tabla 2** Resumen de los diseños para los modelos de longitud constante ( $L_{TOT}=12m$ )

Modelo	$\Delta_{max}$ (%)	$\rho^+$ vigas (%)	$\rho^-$ vigas (%)	$\rho_{columnas}$ (%)	Modelo	$\Delta_{max}$ (%)	$\rho^+$ vigas (%)	$\rho^-$ vigas (%)	$\rho_{columnas}$ (%)
<b>M1-4LC</b>	1.65	0.81-1.10	0.41-0.58	1.0-1.3	<b>M1-12LC</b>	2.8	1.10-1.25	0.44-0.76	1.2-1.5
<b>M2-4LC</b>	1.3	0.59-0.69	0.33-0.35	1.2-1.4	<b>M2-12LC</b>	1.85	1.01-1.19	0.79-0.95	1.2-1.3
<b>M3-4LC</b>	0.9	0.46-0.63	0.32-0.42	1.3	<b>M3-12LC</b>	1.8	0.95-1.09	0.87-0.99	1.2-1.5
<b>M4-4LC</b>	0.9	0.64-0.73	0.52-0.58	1.3	<b>M4-12LC</b>	1.2	0.97-1.17	0.93-1.13	1.2-1.5
<b>M1-8LC</b>	2.5	0.94-1.18	0.48-0.66	1.0-1.3	<b>M1-16LC</b>	2.95	1.00-1.24	0.54-0.89	1.2-1.3
<b>M2-8LC</b>	1.4	0.76-0.92	0.42-0.58	1.0-1.3	<b>M2-16LC</b>	2.2	1.09-1.29	0.88-1.21	1.0-1.5
<b>M3-8LC</b>	1.2	0.76-1.03	0.51-0.85	1.2-1.3	<b>M3-16LC</b>	1.75	0.93-1.22	0.83-1.19	1.2-1.6
<b>M4-8LC</b>	1.2	0.79-1.04	0.69-0.92	1.2-1.3	<b>M4-16LC</b>	1.35	0.92-1.22	0.92-1.12	1.2-2.2

Los diseños de los modelos se realizaron siguiendo las disposiciones para marcos dúctiles que establecen de las NTCC-04 (2004). El diseño se hizo siguiendo los pasos establecidos en las NTCC-04 para obtener un mecanismo de falla columna fuerte-viga débil conforme a principios de diseño por capacidad. Para fines de diseño, se consideró el cambio de las secciones de vigas y columnas como se indica esquemáticamente con colores en la figura 13. Se distinguió además en el diseño (refuerzos) a columnas exteriores de interiores y a vigas exteriores de interiores. Los detalles de los diseños (secciones, armados, detallado, capacidades nominales, etc.) se presentan en Cortés (2012). En las tablas 1 y 2 se presentan los intervalos en los que variaron los cuantías de refuerzo a flexión de vigas y columnas, donde se aprecia que, en efecto, se tuvo el cuidado que estas fueran razonables (menores o cercanas al 1% a tensión en vigas y lo más cercanas al 1%-1.5% en columnas) para garantizar un comportamiento dúctil de dichos elementos.

Para ilustrar un poco el impacto en las secciones transversales requeridas por los diseños, en los “modelos acoplados” (tabla 1), las columnas exteriores de los primeros niveles variaron de 60x60 cm (M1-4ACO) y 80x80 cm (M4-4ACO) para los modelos de 4 niveles a 120x120 cm (M1-16ACO y M4-16ACO) para los modelos de 16 niveles; en cambio, para los modelos de longitud constante (tabla 2), las columnas exteriores de los primeros niveles variaron de 80x80 cm (M1-4LC) y 60x60 cm (M4-4LC) para los modelos de 4 niveles a 140x140 cm (M1-16LC) y 110x110 (M4-16LC) para los modelos de 16 niveles. Extrapolando esta información, las cuantías de refuerzo para las columnas respectivas identificadas en las tablas 1 y 2, más la geometrías de los modelos (figuras 11 y 12), se comprueba que, a medida que aumenta la altura, los marcos menos redundantes de una crujía (modelos M1-) requieren de mayores secciones de columnas para poder satisfacer tanto los requisitos de rigidez lateral (porque aumenta más significativamente la esbeltez en el caso de los modelos acoplados), como de resistencia (por la progresiva axialización de las columnas exteriores ante carga lateral). En contraste, mientras más líneas de defensa existan (marcos M4-), el cambio requerido de secciones por rigidez y resistencia es más gradual.



**Figura 13** Cambios de secciones transversales de vigas y columnas considerados en los modelos, indicados esquemáticamente con el cambio de colores

## 8 ANÁLISIS NO LINEALES

Se realizaron análisis no lineales ante carga monótona creciente (“*pushover*”) con el programa DRAIN-2DX (Prakash *et al.* 1992). En el modelado de los marcos se hicieron las mismas consideraciones que en el modelado elástico con el SAP-2000, que fueron las siguientes: 1) inercias brutas para definir las rigideces elásticas, 2) 50% del nudo viga-columna se modeló como zona de rigidez infinita, 3) condición de empotramiento perfecto en la base, 4) las cargas gravitacionales fueron incluidas, 5) el sistema de piso se comporta como un diafragma rígido y, 6) se utilizaron los mismos patrones de cargas laterales que se emplearon para realizar los diseños.

Para asegurar que existiera compatibilidad dinámica entre las estructuras modeladas en el software SAP-2000 y DRAIN-2DX, se compararon los periodos elásticos fundamentales de la estructura, ya que en función de este periodo se obtuvo el patrón de cargas laterales (cargas sísmicas). En las tablas 3 y 4 se presentan las comparaciones entre periodos obtenidos con SAP2000 y DRAIN-2DX, donde se concluye que las diferencias, debidas principalmente a la diferencia que existe en la modelación de las zonas de rigidez infinita entre el SAP-2000 (tridimensional) y el DRAIN-2DX (plano), son despreciables para fines prácticos, más tomando en consideración que los análisis no lineales a realizar son estáticos.

Para los análisis no lineales propiamente dichos, las vigas y columnas se modelaron con el elemento tipo viga-columna de su librería que considera la posibilidad de formar rótulas plásticas en sus extremos, definiendo en cada caso las superficies de falla conforme lo recomienda dicho programa para estructuras de concreto reforzado y con base en los armados obtenidos y que se presentan con detalle en Cortés (2012). La acción de la losa como diafragma rígido se modeló a partir de elementos elásticos infinitamente rígidos, teniendo como única función transmitir las fuerzas cortantes entre cada uno de los marcos, sin posibilidad de disipar energía por comportamiento inelástico ni por amortiguamiento. Se consideraron los efectos P- $\Delta$ .

**Tabla 3** Periodos fundamentales elásticos calculados para los modelos acoplados (L=7m)

Modelo	T (s) SAP- 2000	T (s) DRAIN- 2DX	Diferencia (%)	Modelo	T (s) SAP- 2000	T(s) DRAIN- 2DX	Diferencia (%)
<b>M1-4ACO</b>	0.676	0.664	1.77	<b>M1-12ACO</b>	1.321	1.329	0.60
<b>M2-4ACO</b>	0.640	0.637	0.46	<b>M2-12ACO</b>	1.229	1.211	1.46
<b>M3-4ACO</b>	0.640	0.647	1.08	<b>M3-12ACO</b>	1.210	1.214	0.33
<b>M4-4ACO</b>	0.612	0.612	0	<b>M4-12ACO</b>	1.227	1.231	0.32
<b>M1-8ACO</b>	1.094	1.094	0	<b>M1-16ACO</b>	1.457	1.441	1.09
<b>M2-8ACO</b>	1.101	1.082	1.72	<b>M2-16ACO</b>	1.467	1.458	0.61
<b>M3-8ACO</b>	1.045	1.041	0.38	<b>M3-16ACO</b>	1.321	1.301	1.51
<b>M4-8ACO</b>	1.059	1.023	3.40	<b>M4-16ACO</b>	1.301	1.309	0.61

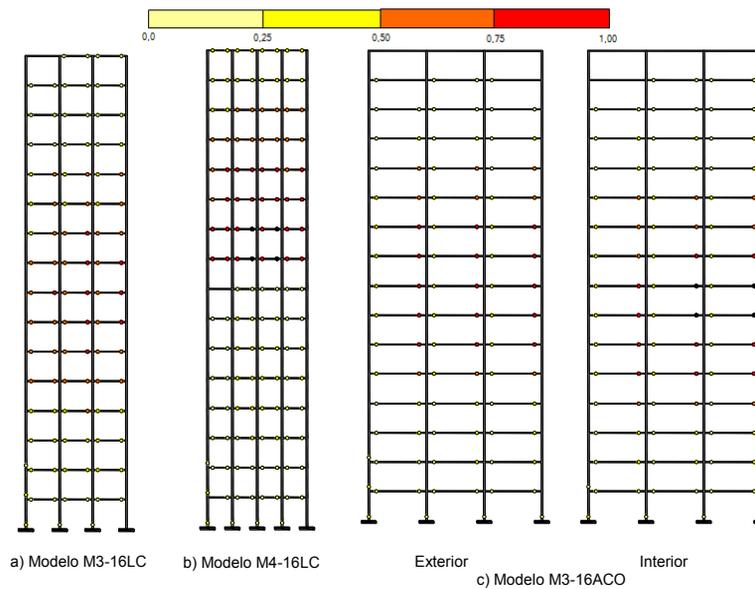
**Tabla 4** Periodos fundamentales elásticos calculados para los modelos de longitud constante ( $L_{TOT}=12m$ )

Modelo	T (s) SAP-2000	T (s) DRAIN-2DX	Diferencia (%)	Modelo	T(s) SAP-2000	T(s) DRAIN-2DX	Diferencia (%)
<b>M1-4LC</b>	0.670	0.680	1.47	<b>M1-12LC</b>	1.460	1.470	0.68
<b>M2-4LC</b>	0.592	0.595	0.50	<b>M2-12LC</b>	1.223	1.239	1.29
<b>M3-4LC</b>	0.509	0.500	1.77	<b>M3-12LC</b>	1.079	1.093	1.28
<b>M4-4LC</b>	0.516	0.509	1.36	<b>M4-12LC</b>	1.007	0.991	1.59
<b>M1-8LC</b>	1.138	1.139	0.09	<b>M1-16LC</b>	1.608	1.588	1.24
<b>M2-8LC</b>	0.882	0.886	0.45	<b>M2-16LC</b>	1.446	1.442	0.28
<b>M3-8LC</b>	0.828	0.834	0.72	<b>M3-16LC</b>	1.264	1.276	0.94
<b>M4-8LC</b>	0.800	0.813	1.60	<b>M4-16LC</b>	1.144	1.132	1.05

En la definición de las superficies de falla de todos los modelos en estudio, se determinaron las resistencias a flexión de las trabes y a flexocompresión y flexotensión de las columnas de cada modelo considerando:

- El área real provista de refuerzo, incluyendo la aportación del refuerzo a compresión de las vigas.
- La curva esfuerzo-deformación “real” del concreto reforzado utilizando el modelo de Kent y Park modificado para tomar en cuenta el confinamiento provisto (Park *et al.* 1982).
- La curva esfuerzo-deformación real del acero de refuerzo empleando el modelo de Rodríguez y Botero (1995) para aceros de refuerzo mexicanos.
- El patín equivalente de la losa según NTCC-2004 así como el acero de refuerzo contenido dentro de esta porción de losa, al ser diseñadas de inicio las vigas como T

Los análisis estáticos no lineales ante carga monótona creciente se controlaron por incrementos de desplazamientos y para cada modelo en estudio se dejaron correr hasta que la estructura presentaba inestabilidad numérica. Posteriormente, los resultados obtenidos fueron revisados para determinar si el nivel de deformación último de la estructura era realista. Esto se hizo monitoreando las rotaciones plásticas de las vigas y columnas con los diagramas momento-curvatura obtenidos a partir del software BIAX (Wallace y Moehle 1989). Se procesaron entonces los resultados de los análisis no lineales considerando solamente hasta el paso de integración (incremento de desplazamiento) donde se asegura que las rotaciones plásticas obtenidas no excedieran en demasía las rotaciones plásticas máximas calculadas para cada sección en función de su geometría, armado y detallado, es decir, se cortaron (truncaron) algunos puntos calculados numéricamente, pero que ya no eran congruentes con el modelo estudiado. Se verificó entonces que el mecanismo de colapso exhibido por la estructura fuera predominantemente del tipo columna fuerte-viga débil (por ejemplo, figura 14), y entonces se trazaron las curva de capacidad global de la estructura (cortante basal vs distorsión entre la base y la azotea) además de sus curvas globales primarias (idealizaciones bilineales de las curvas obtenidas del análisis).



**Figura 14** Mapeo de fluencias inelásticas al instante del colapso teórico de algunos de los modelos en estudio

## 8.1 Curvas globales cortante-distorsión

Las curvas globales de capacidad (cortante basal vs distorsión global base-azotea) obtenidas se muestran en las figuras 15 y 16. En estas figuras se observa claramente que la rigidez de los sistemas aumenta al aumentar el número de líneas de defensa (crujías), pero presentadas de esta manera es difícil evaluar cualitativamente el impacto de la redundancia y la altura de las estructuras en su capacidad relativa de deformación (ductilidad).

Por ello, se decidió normalizar a las curvas globales de capacidad de la siguiente manera. Las abscisas (distorsiones) se normalizaron con respecto a la distorsión de la primera fluencia o donde termina el límite proporcional teóricamente ( $\Delta_y$  o *Distorsión<sub>LP</sub>*), y las ordenadas (cortante basal) se normalizaron con respecto al cortante basal de diseño. Con esta doble normalización es más fácil comparar el comportamiento entre estructuras de una misma altura, así como entre estructuras de diferentes alturas y, con ello, valorar el impacto de la redundancia tanto en la ductilidad como en la resistencia.

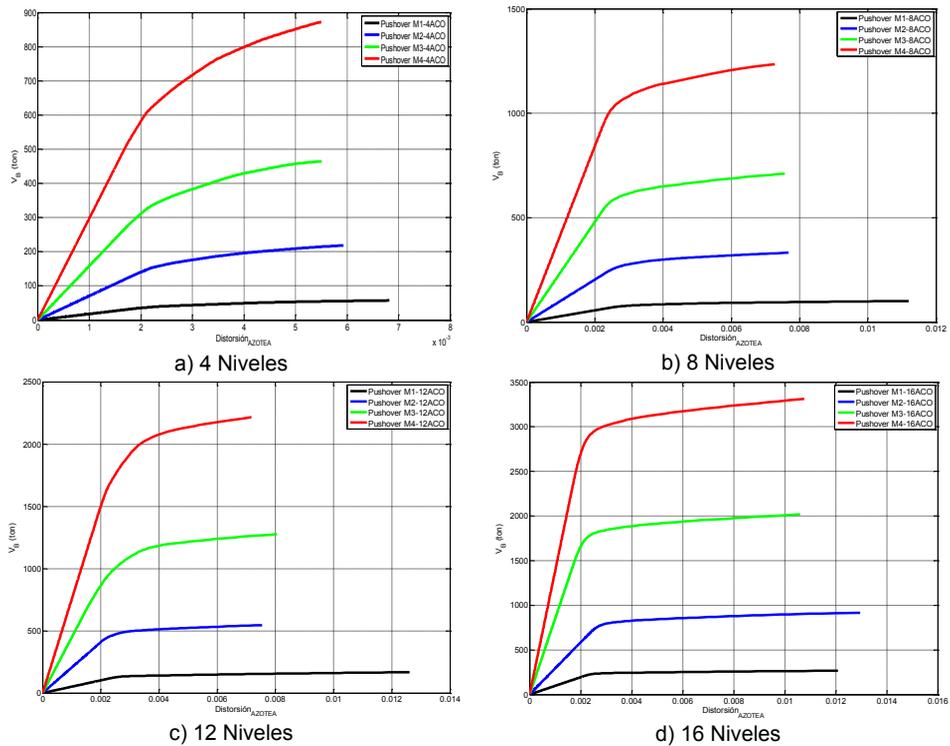


Figura 15 Curvas globales cortante-distorsión para los modelos acoplados (L=7m)

En las figuras 17 y 18 se presentan las curvas globales de capacidad normalizadas, agrupadas por niveles y tipo de estructuración (marcos analizados como acoplados o marcos analizados como individuales).

Para los modelos acoplados (figuras 11 y 17) se pueden hacer las siguientes observaciones. Se aprecia que para alturas entre 4 y 12 niveles (figuras 17a a 17c), los modelos de una crujía fluyen primero y desarrollan una mayor ductilidad que los modelos de más crujías; sin embargo, la resistencia lateral normalizada por los modelos de una crujía es menor que para los modelos de más crujías (salvo para 8 niveles, donde es similar, figura 17b). Las curvas globales de capacidad normalizadas de los modelos más redundantes (dos, tres y cuatro crujías) son muy parecidas entre 4 y 12 niveles. Sin embargo, para la altura de 16 niveles (figura 17d) es cuando se comienza a ver un efecto más favorable de la redundancia, pues la ductilidad y la resistencia lateral normalizada desarrolladas por los modelos más redundantes (3 y 4 crujías) es mayor que para los modelos menos redundantes (1 y 2 crujías). Dado que en los modelos acoplados estudiados básicamente la relación entre el área en planta por cubrir y el claro de la crujía es una constante (figura 11), quizá este hecho haga que el impacto de la redundancia no sea tan importante en estructuras de poca a mediana altura y, por lo tanto, quizás no sean los mejores modelos para evaluar la redundancia estructural.

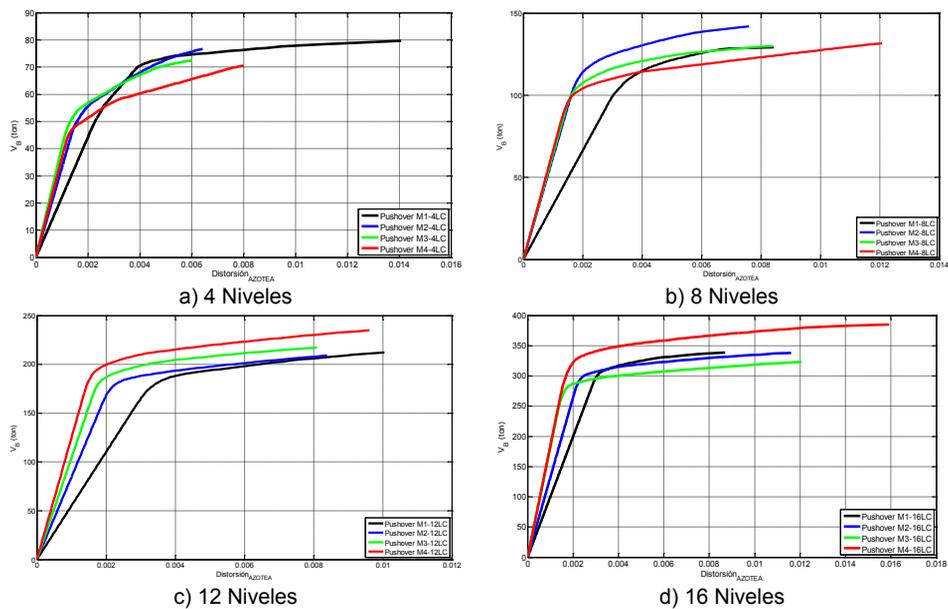


Figura 16 Curvas globales cortante-distorsión para los modelos de longitud constante ( $L_{TOT}=12m$ )

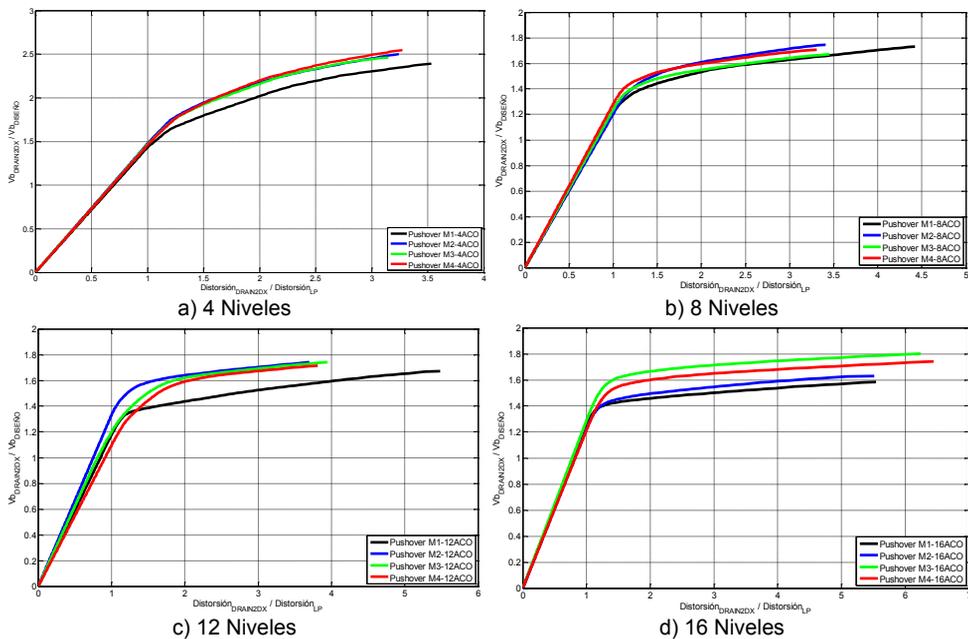
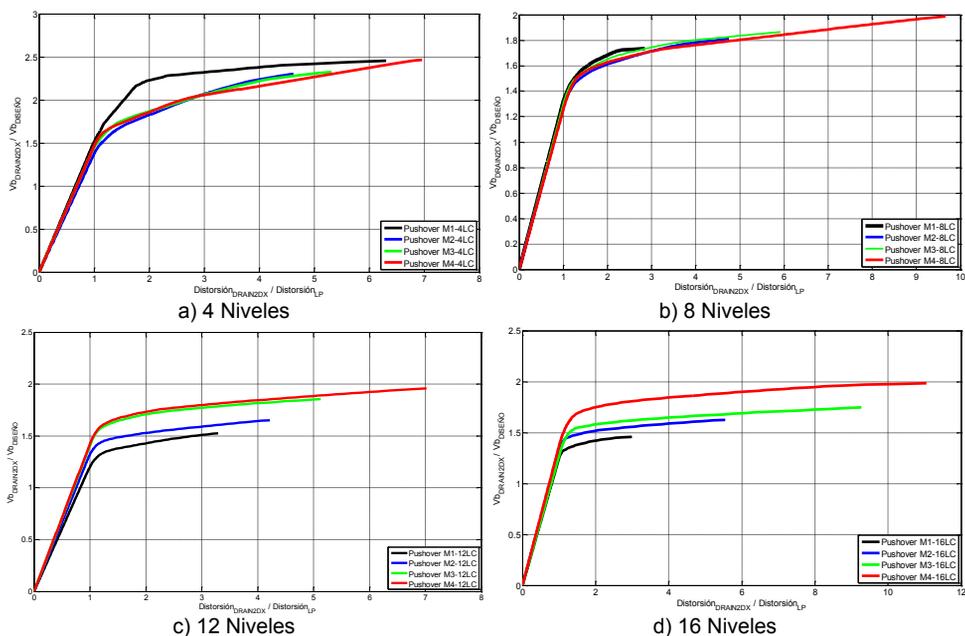


Figura 17 Curvas globales normalizadas cortante-distorsión para los modelos acoplados ( $L=7m$ )

Para los modelos de longitud constante, que son más representativos de las elecciones que pueden tomar en conjunto arquitectos e ingenieros al momento de decidir cuántos marcos emplean para darle solución a la estructura de un

predio dado (figura 12), se pueden hacer las siguientes observaciones con base en los resultados presentados en la figura 18. Para los modelos de 4 niveles (figura 18a), se aprecia que el modelo menos redundante, de una sola crujía (M1-4LC), tiene una adecuada ductilidad y resistencia, es más, éstas son mayores que la de los modelos de dos y tres crujías (M2-4LC y M3-4LC). Aquí cabe señalar que el modelo M1-4LC logró desarrollar estas capacidades debido a que los momentos flexionantes producidos por las cargas gravitacionales son relativamente grandes. Estas cargas gravitacionales hicieron que los momentos flexionantes de diseño obtenidos en el análisis con la combinación de carga debida al sismo, fueran negativos en un extremo de la viga y en el otro extremo sean negativos o valores positivos relativamente bajos. Para marcos dúctiles, las NTCC-04 restringen la relación de momentos resistentes positivos a negativos a 0.5, por lo que las vigas del modelo M1-4LC quedaron sobrediseñadas por momento positivo.



**Figura 18** Curvas globales normalizadas cortante-distorsión para los modelos de longitud constante ( $L_{TOT}=12m$ )

Es a partir de ocho niveles (figuras 18b, 18c y 18d), donde en todos los modelos dominaron las combinaciones de cargas accidentales con verticales, donde se aprecia claramente el efecto benéfico de aumentar la redundancia de los marcos. Para los modelos de 8 niveles (figura 18b) se aprecia que es principalmente la ductilidad la que aumenta de manera más notable a medida que aumenta el número de crujías seleccionadas, aunque también existen incrementos de la resistencia normalizada. Sin embargo, a medida que aumenta el número de niveles, es más notorio que la capacidad de deformación, la ductilidad y la resistencia van en aumento a medida que aumenta el número de crujías.

Considerando que estos modelos representan (figura 12) las elecciones que pueden tomar ingenieros y arquitectos al momento de decidir si en el edificio

que están diseñando utilizarán marcos de una, dos, tres o cuatro crujías, podemos concluir que para el nivel del cortante basal de diseño seleccionado, es a partir de estructuras de mediana altura cuando es mejor proveer de crujías extras, pues el incremento de una crujía, aunque sea percibido como mínimo, influirá satisfactoriamente en el comportamiento de las estructuras.

## 8.2 Ductilidades y sobrerresistencias desarrolladas

Dado que en la sección anterior se estableció que los modelos más representativos para evaluar el efecto de la redundancia son los modelos de longitud constante, en esta sección y las subsiguientes sólo se presentarán los resultados obtenidos para estos modelos.

En la figura 19a se reportan las ductilidades globales desarrolladas, que conforme a las NTCS-04 y al MOC-2008 corresponderían también al factor de comportamiento sísmico ( $Q$ ) que estos modelos pudieran desarrollar. En la figura se observa claramente que a excepción del marco de cuatro niveles y una crujía (M1-4LC), con el aumento del número de crujías en la dirección del análisis se incrementa la capacidad de deformación de la estructura. Al comparar las diferencias entre las ductilidades de los modelos de una crujía y cuatro crujías, observamos que esta diferencia crece al aumentar la altura de los modelos, y se hace evidente que la falta de redundancia comienza a afectar a los modelos de una crujía a medida que aumenta la altura. Parte de este aumento de ductilidad se debe a que al aumentar el número de crujías, la relación de momentos resistente positivos a negativos en las vigas se acerca a la unidad, por lo que al aumentar el número de crujías, las cuantías de acero positivas y negativas tienden a ser iguales ( $\rho' \approx \rho$ ). Estas relaciones de acero causan que la capacidad de rotación de las vigas aumente, ya que la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión se reduce, y causa que la deformación en el acero en tensión aumente. Si se analizan los mapeos de las fluencias (por ejemplo, figura 20), se observa que en los modelos de una crujía el daño se acumula en ciertos elementos claves para la estabilidad de la estructura. Por el contrario, en los modelos de dos, tres y cuatro crujías, el daño se distribuye entre un mayor número de elementos, permitiéndole a otros elementos seguir rotando y aumentar la capacidad de deformación global de la estructura.

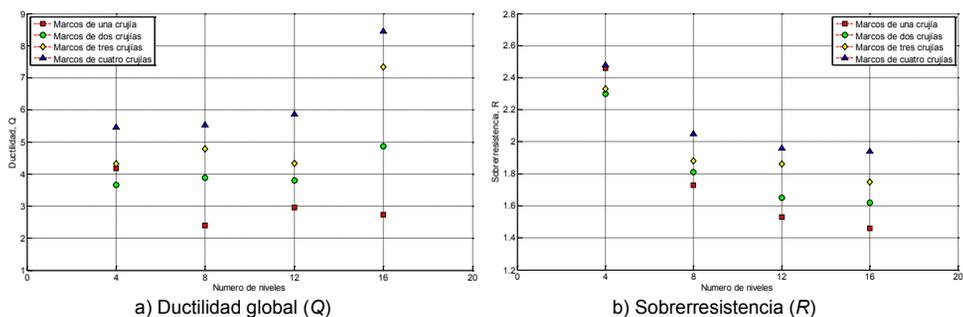


Figura 19 Ductilidad global ( $Q$ ) y sobrerresistencia ( $R$ ) desarrolladas para los modelos de longitud constante ( $L_{TOT}=12m$ )

Las sobrerresistencias que desarrollaron los modelos se calcularon con base en las curvas de capacidad. El factor de sobrerresistencia,  $R$ , se calculó como el cociente del cortante basal último obtenido del análisis estático no lineal ante carga monótona creciente (“pushover”) y el cortante basal de diseño, y se presenta en la figura 19b. Se aprecia de dicha figura que, a excepción del modelo de cuatro niveles y una crujía (M1-4LC), existe un patrón bien definido, pues el factor de sobrerresistencia disminuye a medida que: a) aumenta el número de niveles y, b) disminuye el número de crujías, es decir, disminuye la redundancia. Cabe señalar que la diferencia entre la sobrerresistencia desarrollada por los modelos de una y cuatro crujías es más grande a medida que aumenta la altura de los modelos. También cabe señalar que la mayor sobrerresistencia que desarrollan los modelos de 4 niveles se debe al dominio de las combinaciones por cargas verticales en el diseño por flexión de las vigas, algo que ya es reconocido tanto en las NTCS-04 como en el MOC-2008, donde la sobrerresistencia es mayor para las estructuras de periodo corto (generalmente de pocos niveles).

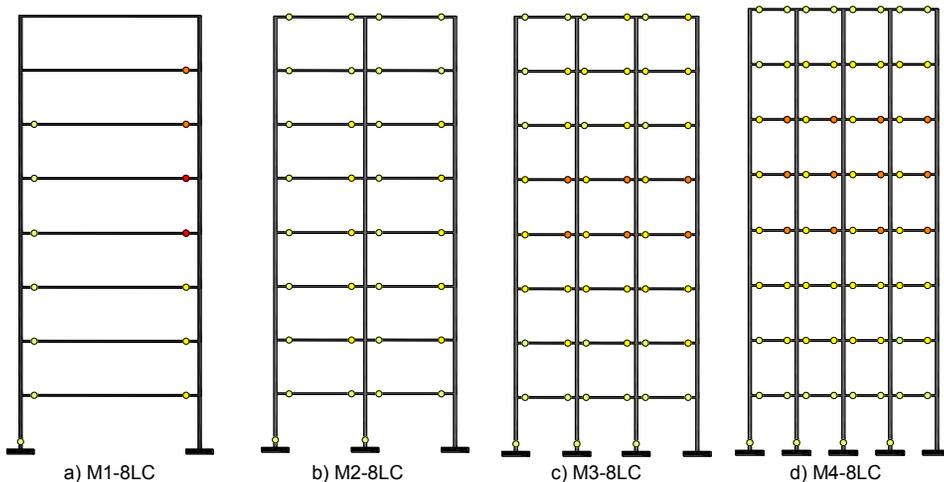


Figura 20 Mapeo de fluencias inelásticas al instante del colapso teórico de los modelos de 8 niveles de longitud constante ( $L_{TOT}=12m$ )

## 9 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE REDUNDANCIA

Los resultados obtenidos de los análisis estáticos no lineales para los modelos de longitud constante muestran que el efecto de aumentar la redundancia estructural impacta tanto en la resistencia como en la capacidad de deformación de los modelos. En el MOC-2008 (2009) ya se toma en cuenta este efecto, al considerar que la redundancia repercute en la resistencia y ductilidad global de la estructura, reduciendo los espectros de diseño en función de  $Q'$ ,  $R$  y  $\rho$ , e incrementando las deformaciones obtenidas del análisis elástico multiplicándolas por  $Q$ ,  $R$  y  $\rho$  (figura 10).

Por lo tanto, para evaluar el efecto de la redundancia con la altura de los modelos, se obtuvieron dos factores de redundancia:  $\rho_{CD}$ , que toma en cuenta el aumento en la capacidad de deformación, y  $\rho_R$ , que toma en cuenta el aumento de

la resistencia. Para definir estos dos factores de redundancia ( $\rho_{CD}$  y  $\rho_R$ ), se tomaron como punto de partida la propuesta actual del MOC-2008 (2009), asignando entonces un valor de  $\rho_{CD}$  y  $\rho_R$  igual uno a los modelos que tienen dos crujías en la dirección del análisis.

Para obtener el factor de redundancia  $\rho_R$ , se normalizaron las sobrerresistencias de los modelos de una, tres y cuatro crujías en función de la sobrerresistencia que desarrolló el modelo de dos crujías:

$$\rho_{Ri} = \frac{R(\text{Sobrerresistencia de los modelos de una,tres o cuatro crujías})}{R(\text{Sobrerresistencia del modelo de dos crujías})} \quad (11)$$

Para obtener el factor de redundancia  $\rho_{CD}$ , se normalizaron las ductilidades de los modelos de una, dos y tres crujías en función de la ductilidad que desarrolló el modelo de dos crujías:

$$\rho_{CD i} = \frac{Q(\text{Ductilidad de los modelos de una,tres o cuatro crujías})}{Q(\text{Ductilidad del modelo de dos crujías})} \quad (12)$$

En la figura 21 se presentan los factores de reducción por redundancia  $\rho_R$  calculados, y se observa que el factor de redundancia  $\rho_R$  se incrementa en los modelos de tres y cuatro crujías, mientras que en los modelos de una crujía, disminuye al aumentar la altura de éstos. Con excepción del modelo de una crujía y cuatro niveles, el comportamiento obtenido en los modelos es el que se esperaba, que en los modelos de tres y cuatro crujías los factores de reducción por redundancia fueran mayores a uno, mientras que en los modelos de una crujía estos factores deberían ser menores a la unidad.

Si se comparan los valores obtenidos con la propuesta del MOC-2008, se aprecia que para los modelos de tres y cuatro crujías, a los cuales el MOC-2008 les asigna un factor de reducción por redundancia  $\rho=1.25$ , no alcanzan este valor. De hecho, quienes están más cercanos a lograrlo son los modelos de cuatro crujías, donde  $\rho_R$ , se incrementa de 1.13 para los modelos de 8 niveles a 1.20 para los modelos de 16 niveles. Para los modelos de una crujía, en el MOC-2008 se propone castigar su diseño utilizando  $\rho=0.8$ . Sin embargo, se aprecia que para una crujía,  $\rho_R$  disminuye de 0.94 para los modelos de 8 niveles a 0.90 para los modelos de 16 niveles. Del análisis de los resultados presentados en la figura 21 se concluye que, para los sistemas en estudio, el impacto de la redundancia estructural en la resistencia lateral es un poco menor a lo que se propone actualmente en el MOC-2008, pero que conceptualmente se está en el rumbo correcto.

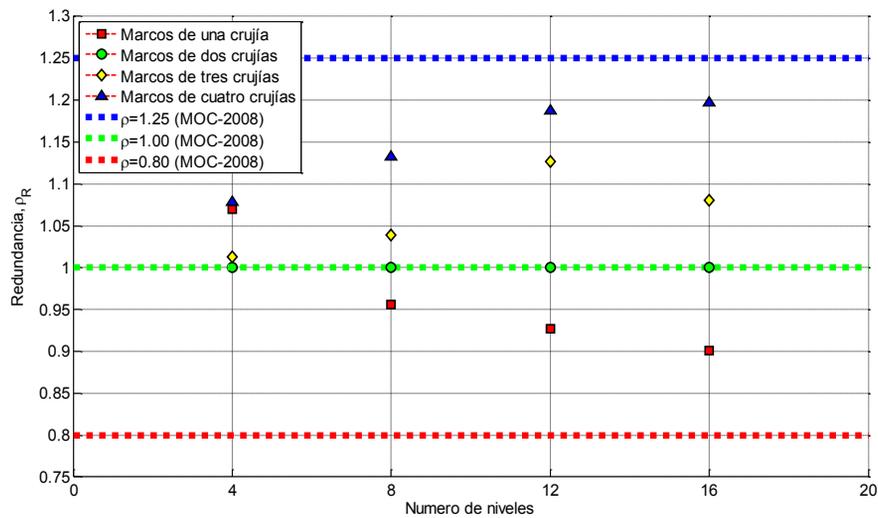


Figura 21 Factor  $\rho_R$  calculado para los modelos de longitud constante

En la figura 22 se presentan los factores de reducción por redundancia  $\rho_{CD}$  calculados, y se observa que el factor de redundancia  $\rho_{CD}$  sigue el mismo patrón que el factor  $\rho_R$ , pero los efectos en cuanto capacidad de deformación se refiere son mayores a los que se proponen en el MOC-2008. Para los modelos de una crujía, el factor  $\rho_{CD}$  calculado es menor al factor  $\rho=0.8$  propuesto en el MOC-2008 para los modelos de más de 8 niveles, que son en los que dominaron en el diseño las combinaciones de cargas accidentales y gravitacionales y, por ende, son más representativos.

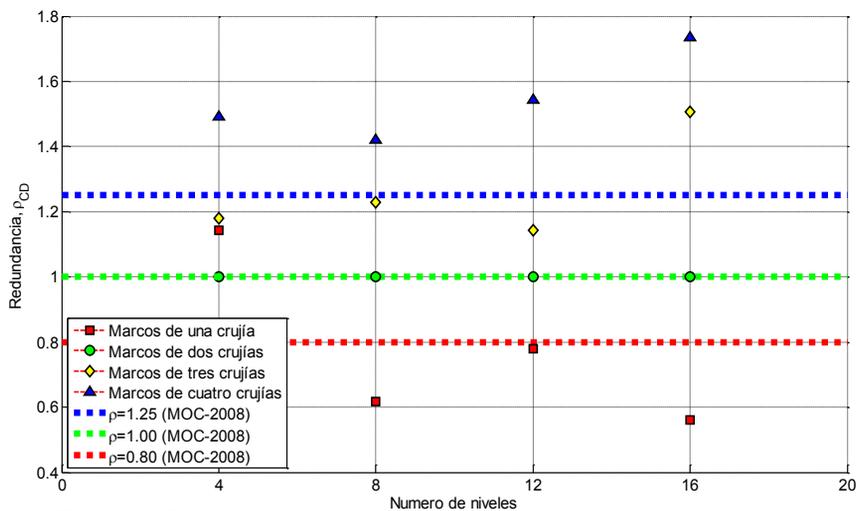


Figura 22 Factor  $\rho_{CD}$  calculado para los modelos de longitud constante

Para los modelos de tres crujías se aprecia que el factor  $\rho_{CD}$  calculado es cercano o superior a  $\rho=1.25$  propuesto en el MOC-2008, mientras que para los modelos de cuatro crujías el factor  $\rho_{CD}$  calculado es siempre superior a  $\rho=1.25$ . En el MOC-2008 se propone utilizar un factor por reducción de redundancia igual a

1.25, mientras que el promedio de este factor de redundancia asociado a la capacidad de deformación es de 1.41 para los modelos de tres y cuatro crujías.

## 10 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En presente artículo se presentó un estudio sobre el impacto que tiene el aumentar la redundancia estructural en edificios con base en marcos dúctiles de concreto reforzado de distintos niveles, utilizando análisis no lineales con carga monótonamente creciente (“pushover”). Estos marcos fueron analizados bajo las recomendaciones del Apéndice A de las NTCS-04, y diseñados como marcos dúctiles de concreto reforzado con las recomendaciones de las NTCC-04. En los análisis no lineales se utilizó un modelado de plasticidad concentrada y se definió que los elementos vigas y columnas presentaran una no linealidad dominada por flexión. Con base en estas limitaciones y con los resultados de este estudio se concluye lo siguiente:

- En los modelos acoplados no se observó alguna tenencia que indique que la redundancia afecto a la ductilidad que desarrollan estas estructuras; sin embargo, en cuanto resistencia se refiere, en los modelos de 12 y 16 niveles sí se observa una disminución en la resistencia que desarrollan los modelos de una crujía.
- En los modelos de longitud constante, se observó que la redundancia estructural juega un papel importante en el diseño de marcos dúctiles de concreto reforzado. Si consideramos que estos marcos son la opción que tienen los diseñadores al momento de estructurar un edificio, el aumento de una crujía, aunque sea percibida como mínima, sí mejora el comportamiento global de la estructura.
- En virtud de las dos observaciones anteriores, se concluye *a-posteriori* que quizá no fue lo más acertado considerar modelos acoplados con distintas áreas en planta, como se hizo en este trabajo, y que para evaluar el impacto favorable de la redundancia estructural, se deberían valorar exclusivamente estructuraciones con la misma longitud y/o las mismas áreas en planta. Este último aspecto deberá evaluarse en estudios futuros, comparar el factor de redundancia de estructuras acopladas que, de inicio, resuelven exclusivamente la misma área en planta.
- En cuanto al efecto de aumentar el número de crujías en las estructuras, se concluye que en estructuras de baja altura es menos significativo el proveerlas de una limitada redundancia estructural, pero toma importancia conforme la altura de los modelos aumenta. Esto se debe a que, para el coeficiente sísmico de diseño considerado ( $c=V/W=0.10$ ), las combinaciones por carga vertical generalmente dominan los diseños para los marcos de poca altura, mientras que su importancia disminuye a medida que las estructuras tienen más niveles.
- Las hipótesis generales hechas en el MOC-2008, donde se considera que el aumento de la redundancia estructural aumenta tanto a la resistencia

como a la capacidad de deformación de las estructuras, se cumplen razonablemente para los modelos donde las combinaciones de cargas accidentales con gravitaciones rigieron el diseño (8 a 16 niveles). Cuando las combinaciones de cargas gravitacionales rigieron el diseño de vigas (modelos de 4 niveles), no se observó lo mismo y, para ese tipo de estructuras, la redundancia estructural no tuvo el impacto esperado.

- Al analizar los factores de reducción por redundancia obtenidos en este estudio, se concluye que al parecer, para marcos dúctiles de concreto reforzado, la redundancia estructural afecta de manera diferente a la resistencia y capacidad de deformación, siendo más importante su impacto en la capacidad de deformación. En la propuesta actual del MOC-2008, se propone que la reducción por redundancia afecte de la misma manera la resistencia como la capacidad de deformación.
- También es importante recalcar que al parecer, para marcos dúctiles de concreto reforzado, a medida que aumenta el número de niveles de los edificios, los factores de reducción por redundancia tienden a dejar de crecer y a mantenerse constantes, es decir, a alcanzar un límite.
- Al comparar los factores de redundancia ( $\rho$ ) propuestos en el MOC-2008 con los factores de redundancia calculados en este estudio, se aprecia que, para marcos dúctiles de concreto reforzado: a) para el factor que toma en cuenta el aumento en la resistencia al aumentar el número de crujías,  $\rho_R$ , los valores de  $\rho$  propuestos en el MOC-2008 subestiman a los modelos de una crujía y sobrestiman a los modelos de tres y cuatro crujías y, b) para el factor que toma en cuenta el aumento en la capacidad de deformación al aumentar el número de crujías,  $\rho_{CD}$ , los valores de  $\rho$  propuestos en el MOC-2008 sobrestiman a los modelos de una crujía y subestima a los modelos de cuatro crujías.

Con base en los resultados de este estudio y los de estudios previos citados en este trabajo, se considera que, en aras de la transparencia en el diseño sismorresistente de marcos dúctiles de concreto reforzado y otros sistemas estructurales, sí se justifica que el efecto de la redundancia estructural sea tomado directamente en cuenta mediante un factor de reducción por redundancia.

La propuesta actualmente contenida en el MOC-2008 está conceptualmente en el rumbo correcto, pero como se reconoce en los comentarios de ese documento: "aunque la propuesta se basa en los resultados de varios estudios, también está basada en la intuición y la experiencia, por lo que es susceptible de revisión y de mejoras que se verán reflejadas en futuras revisiones de este cuerpo normativo". Por ello, parece que la discusión sobre los ajustes necesarios a hacerse son, entre otros temas: (1) ¿se debe proponer  $\rho$  con base en el mínimo valor obtenido entre resistencia ó capacidad de deformación, o un promedio ponderado?, (2) ¿se debe tomar en cuenta el posible dominio de cargas verticales en el diseño a la hora de definir  $\rho$ , como una excepción a la regla? y, (3) ¿se debe afinar cuál es el número de líneas de defensa mínimas para obtener el máximo valor de  $\rho$  que establezca un reglamento? Estas son obviamente

asignaturas pendientes que requieren de estudios adicionales que permitan aclarar el panorama en este sentido.

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores agradecen a la Dirección de Obras del Gobierno del Distrito Federal por su patrocinio parcial en la fase final de esta investigación. José Antonio Cortés Benítez agradece la beca otorgada por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México (Conacyt), que le permitió involucrarse en este proyecto de investigación en el desarrollo de su tesis de maestría en el Posgrado en Ingeniería Estructural de la UAM Azcapotzalco.

## **REFERENCIAS**

1. ASCE 7-(2010), "Minimum design loads for buildings and other structures", ASCE Standard ASCE/SEI 7-10, American Society of Civil Engineers, ISBN 0-7844-0809-2.
2. Bertero, R. D. y V. V. Bertero (1999), "Redundancy in earthquake resistant design", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 125, No. 1, pp. 81-88, enero.
3. Bruneau, M., C.-M. Uang y A. Whittaker (1998), Ductile design of steel structures, primera edición, McGraw-Hill.
4. Cortés, J. A. (2012), "Evaluación de factores de reducción por redundancia estructural en el diseño sísmico de marcos dúctiles de concreto reforzado", Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería Estructural, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, marzo.
5. CSI-2005 (2005), "CSI analysis reference manual for SAP2000, ETABS, and SAFE", Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, USA, octubre.
6. Fallah, A. A., A. S. Moghadam y S. Mohammadzadeh (2009)", "Reliability index for reinforced concrete frames using nonlinear pushover and dynamic analysis", International Journal of Advanced Structural Engineering, Vol. 1, No. 2, pp. 135-151.
7. Feng, Y. S. y F. Moses (1986), "Optimum design, redundancy, and reliability of structural systems", Computers and Structures, Vol. 24, No. 2, pp. 239–251.

8. Frangopol, D. M. y J. P. Curley (1987), "Effects of damage and redundancy on structural reliability", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 113, No. 7, pp. 1533–1549.
9. Fu, G. y D. M. Frangopol (1990), "Balancing weight, system reliability and redundancy in a multi-objective optimization framework", Structural Safety, Vol. 7, No. 2–4, pp. 165–175.
10. Husain, M. y P. Tsopelas (2004), "Measures of structural redundancy in RC buildings. I: Redundancy Indices", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 130, No. 11, pp. 1651-1658, noviembre.
11. MOC-2008 (2009), Manual de diseño de obras civiles, Diseño por sismo, Instituto de Investigaciones Eléctricas, Comisión Federal de Electricidad, noviembre.
12. NTCCA-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones", Gaceta Oficial del Distrito Federal, Tomo II, No. 103-BIS, octubre.
13. NTCC-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Concreto", Gaceta Oficial del Distrito Federal, Tomo II, No. 103-BIS, octubre.
14. NTCS-95 (1995), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, febrero.
15. NTCS-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Gaceta Oficial del Distrito Federal, Tomo II, No. 103-BIS, octubre.
16. Paliou, C., M. Shinozuka y Y.-N. Chen (1990), "Reliability and redundancy of offshore structures", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 2, pp. 359–378.
17. Park, R., M. J. N. Priestley y W. D. Gill (1982), "Ductility of square-confined concrete columns", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 108, No. 4, pp. 929-950.
18. Prakash, V., G. H. Powell y F. Fillipou (1992), "DRAIN-2DX: Base program user guide", Report No. UBC/SEMM-92/29, Department of Civil Engineering, University of California at Berkeley.
19. Rodríguez, M. y J. C. Botero (1995), "Comportamiento sísmico de estructuras considerando propiedades mecánicas de aceros de refuerzo mexicanos", Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS, No. 49, pp. 39-50.

20. Tena, A. (2010), "Irregularidad estructural y su efecto en la respuesta sísmica de edificios", Memorias, V Congreso Iberoamericano de Ingeniería Civil en honor del Dr. José Grases, Mérida, Venezuela, CD-ROM pp. 1-57, noviembre.
21. Tena, A., G. Gatica, L. A. Urbina y L. Victoria (2012), "Impacto de la disposición de vigas secundarias en losas perimetralmente apoyadas en el comportamiento sísmico de edificios diseñados con base en marcos de concreto reforzado", Revista Internacional de Ingeniería en Estructuras, Vol. 17, No. 1 y 2, pp. 63-85.
22. Tena-Colunga, A. (2004), "Evaluation of the seismic response of slender, setback RC moment-resisting frame buildings designed according to the seismic guidelines of a modern building code ", 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, Canada, Artículo No. 2027, CD-ROM, agosto.
23. Tena-Colunga, A., H. Correa-Arizmendi, J. L. Luna-Arroyo y G. Gatica-Avilés (2008), "Seismic Behavior of code-designed medium rise special moment-resisting frame RC buildings in soft soils of Mexico City", Engineering Structures, Vol. 30, No. 12, pp. 3681-3707, doi:10.1016/j.engstruct.2008.05.026.
24. Tena-Colunga, A., U. Mena-Hernández, L. E. Pérez-Rocha, J. Avilés, M. Ordaz y J. I. Vilar (2009), "Updated seismic design guidelines for buildings of a model code of Mexico", Earthquake Spectra, Vol. 25, No. 4, pp. 869-898, noviembre, doi: 10.1193/1.3240413.
25. Tsopelas, P. y M. Husain (2004), "Measures of structural redundancy in RC buildings. II: Redundancy response modification factor (RR)", ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 130, No. 11, pp. 1659-1666, noviembre.
26. UBC-97 (1997), "Uniform Building Code, 1997 edition", International Conference of Building Officials, Whittier, California, Vol. 2.
27. Wallace, J. y J. Moehle (1989), "BIAX: A computer program for the analysis reinforced concrete sections" Reporte No. UCB/SEMM-89/12, Department of Civil Engineering, University of California at Berkeley.
28. Web Berkeley (2010), Página web <http://nisee.berkeley.edu/images/servlet/EqisListQuake>, cortesía de National Information Service for Earthquake Engineering (NISEE) de la Universidad de California en Berkeley. Las fotos corresponden a la colección del profesor Karl Steinbrugge.