

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/339362502>

# Меандры речного русла

Article · February 2020

---

CITATIONS

0

---

READS

28

1 author:



[Aleksey Sidorchuk](#)

Lomonosov Moscow State University

128 PUBLICATIONS 1,294 CITATIONS

SEE PROFILE

А.Ю. Сидорчук

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

## Меандры речного русла<sup>1</sup>

### Введение

Название «меандр» произошло от имени фригийского речного бога Меандра (рис. 1) и одноименной реки в Малой Азии (ныне р. Бёюк Мендерес в Турции). Эту реку упоминает Гомер в наиболее древней части «Илиады» (во второй песне) с перечислением греческих и троянских воинских отрядов, которое может относиться к XIV в до н.э. Геродот (V в до н.э.) при описании извилистого участка р. Нил сравнивает его с Меандром. Извилистые реки были необычным явлением на гористой территории, известной тогда грекам. Страбон (начало новой эры), который хорошо знал эту реку, в 12 главе «Географии» пишет: «... Меандр, ставший уже большой рекой, течет сначала через Фригию, затем образует границу Карию и Лидию на так называемой равнине Меандра. Здесь его течение становится столь извилистым, что от этого всякие извилины даже называются *меандрами*». Современные наблюдения показывают, что на равнинах меандры являются наиболее распространенными и типичными формами речных русел.



Рис. 1. Монета города Апамея римской провинции Азия времени правления императора Гордиана III (238-244 гг. н.э.) с изображением речного бога Меандра (внизу слева) и трех других речных богов, окружающих центральную фигуру Артемиды (по Head, 1911).

### Причины образования извилистости потоков

После превышения некоторых критических характеристик прямолинейное движение потока становится неустойчивым. В микромасштабе это переход от ламинарного

---

<sup>1</sup> Выполнено по плану НИР (ГЗ) научно-исследовательской лаборатории эрозии почв и русловых процессов им. Н.И. Маккавеева

движения потока к турбулентному. Он определяется некоторым критическим соотношением сил инерции и сил молекулярной вязкости (числом Рейнольдса). В макромасштабе в турбулентном потоке формируются изгибы (возмущения) самых разных размеров, образующие непрерывный спектр. Эти изгибы потока отображаются в размываемом русле в виде грядовых форм соответствующих размеров. К.В. Гришанин [1974, стр. 47] полагает, что «неравномерный рост возмущений с различными длинами волн приводит к выделению доминирующей длины волны и тем самым преобразует широкий спектр возмущений скорости в узкополосный спектр возмущений поверхности дна». Таким образом, благодаря селективному механизму отображения какие-то возмущения не отображаются в размываемом русле, а какие-то увеличиваются по амплитуде. В результате непрерывный спектр возмущений руслового потока преобразуется в непрерывно-дискретный спектр русловых форм.

### **Механизм взаимодействия потока и размываемого русла**

В теории руслового процесса центральным является постулат о взаимодействии потока и русла. Он был сформулирован М.А. Великановым [1955]. Взаимодействие потока и русла происходит в виде отображения медленно смещающихся структур потока в морфологии размываемого речного русла. Для его количественного описания наиболее эффективным является метод малых возмущений [Кочин и др., 1948]. Его сущность заключается в записи уравнений движения, сохранения и деформации для руслового потока с размываемым дном как суммы компонент основного потока и волн возмущений с последующим анализом скоростей роста амплитуд этих волн возмущений. Результаты этого анализа можно представить в виде двухмерного спектра скорости роста амплитуд волн возмущений (рис. 2). Вид спектра определяется глубиной потока, числом Фруда, шероховатостью ложа потока и формой возмущения – соотношением длины и ширины волны. Предполагается, что спектр роста амплитуд волн возмущений совпадает со спектром грядовых образований на размываемом дне потока, которые и являются отображением волн возмущений. Этот спектр непрерывно-дискретный, в нем выделяются группы различных грядовых образований: ультрамикроформы, микроформы, мезоформы, макроформы и мегаформы [Сидорчук, 1992]. Эти грядовые образования имеют разную характерную длину и форму, которые по-разному изменяются в зависимости от гидравлических характеристик потока. Существование этих гряд выявляет извилистость турбулентного потока в макромасштабе. Для дальнейшего анализа наибольший интерес представляют крупные русловые формы – мезоформы и макроформы.

**Мезоформы** – это удлиненные грядовые образования, длина волн которых больше ширины. Степень удлиненности возрастает с увеличением длины волны. Длины волн мезоформ  $L_2$  увеличиваются с глубиной потока  $H$  и уменьшаются с ростом числа Фруда

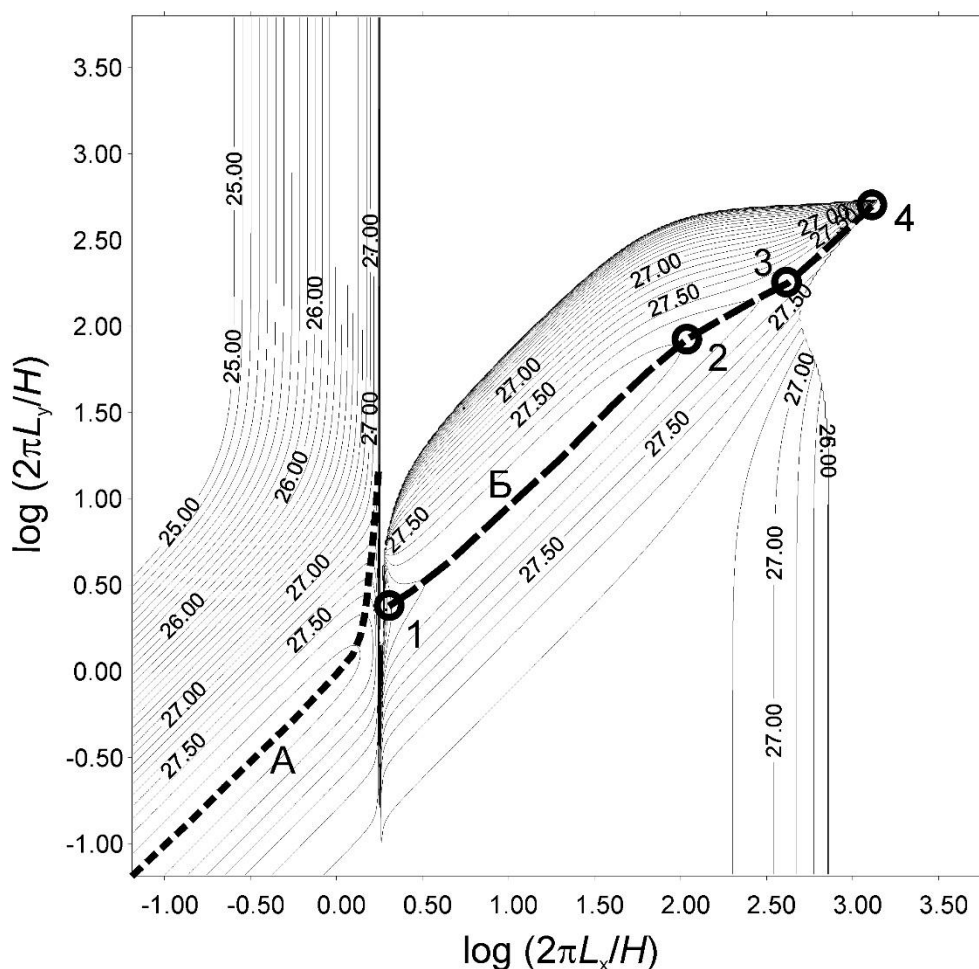


Рис. 2. Двухмерный спектр скоростей роста амплитуд волн возмущений в изолиниях. Показаны характерные гребни А и Б и точки 1-4, которые дают возможность выделять классы русловых гряд.

$Fr = U / \sqrt{gH}$ . Здесь  $U$  – скорость потока,  $g$  – ускорение свободного падения. Длина мезоформ уменьшается также с ростом гидравлических сопротивлений, обратных величине коэффициента  $C$  в формуле Шези.

В области мезоформ нет однозначной зависимости длины гряд от гидравлических условий потока. На нижней границе области (точка 2 на рис. 2) длина мезоформ рассчитывается по формуле

$$L_2 = 8.2H \exp(2.0Fr). \quad (1)$$

На верхней границе области (точка 3) можно использовать формулу

$$L_3 = 8.0H \left( \frac{C^2}{2g} \right) \exp(-1.8Fr). \quad (2)$$

Между этими двумя границами расположена область, в которой нет локальных максимумов скорости роста амплитуд волн возмущений; вероятность формирования удлиненных гряд самой разной длины в этом диапазоне примерно одинакова. Степень удлиненности мезоформ (отношение длины волны  $L_3$  к ширине волны  $L_{3Y}$ ) увеличивается с увеличением их длины от 1 (изометричные формы) до некоторой максимальной величины.

В равнинных реках мезоформам соответствуют многочисленные крупные грядовые русловые формы – песчаные волны, побочни и осередки, которые разделяют поток на большое количество струй.

Группа **макроформ** выделяется по локальному максимуму скорости роста амплитуды волн возмущений (точка 4 на рис. 2). Этому максимуму соответствуют удлиненные грядовые формы с высокой вероятностью реализации вполне определенных морфометрических характеристик:

$$L_4 = 4.2H \left( \frac{C^2}{2g} \right) Fr^{-1.1} \quad \text{при} \quad 0.1 \leq Fr \leq 0.5. \quad (3)$$

Длины волн макроформ  $L_4$  увеличиваются с глубиной потока и уменьшаются с ростом числа Фруда и гидравлических сопротивлений. Величина удлинения макроформ зависит от гидравлических сопротивлений и интенсивности поперечной циркуляции

$$L_4 / L_{4Y} = \sqrt{\frac{C^2 \gamma_0}{g}}. \quad (4)$$

Коэффициент  $\gamma_0$  уменьшается с увеличением интенсивности поперечной циркуляции на повороте русла. Обычно значение этого коэффициента изменяется в диапазоне 0,08 – 0,1 [Розовский, 1957].

В равнинных реках макроформам соответствуют самые большие грядовые русловые формы – побочни и осередки. Размеры и форма макроформ и мезоформ определяют конфигурацию речного русла при низких уровнях воды. Это видно из простых геометрических соображений (рис. 3). Если ширина русла меньше или равна полуширине макроформы

$$\frac{W}{L_{4Y}} = p \leq 0.5, \quad (5)$$

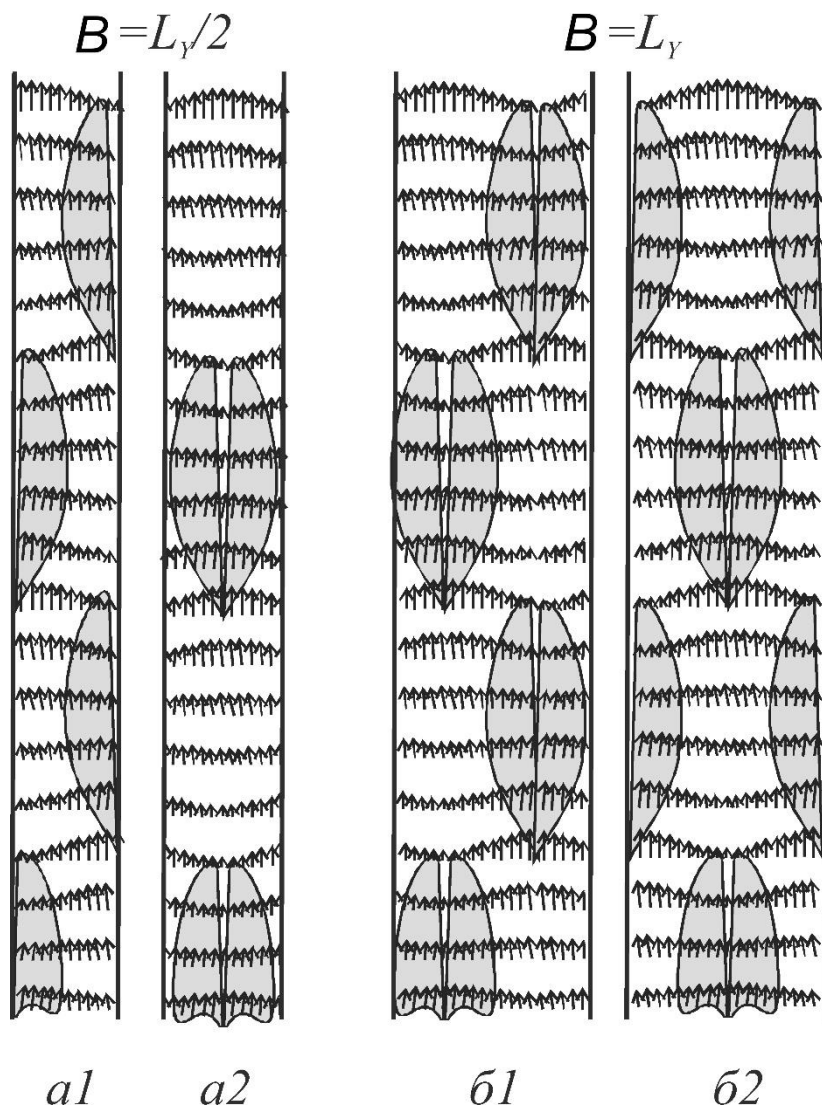


Рис. 3. Конфигурация возмущений гидравлических характеристик потока, на основе которых образуются макроформы грядового рельефа русла, и их соотношения с бортами дна долины, дающие асимметричные (а1, б1) и симметричные (а2, б2) морфологические типы систем гряд.

то в русле образуется единый извилистый стрежень, реализуется побочной тип русла. При этом возможно асимметричное расположение макроформ, когда побочни расположены в шахматном порядке. Возможно также симметричное расположение макроформ, и тогда формируется русло с ленточными грядами. Эта вторая конфигурация обычно бывает неустойчивой: ленточные гряды перекашиваются, и формируется русло с чередованием правобережных и левобережных побочней.

Если ширина русла больше, чем полуширина наиболее вероятной макроформы, то стрежень потока в русле разделяется крупными грядовыми русловыми формами на рукава. Если отношение (5) увеличивается до единицы, то русло с побочными сменяется руслом с осередками, разделенным на рукава этими крупными грядами. По мере увеличения отношения (5) сначала один из рукавов шире другого, а затем оба рукава становятся равноценными. По мере дальнейшего увеличения отношения (5) русло становится все более сложным, трехрукавным и т.д.

Число макроформ, которые укладываются в ширине русла  $B$ , определяется по формуле

$$B / L_{4Y} = p = 1.5 \frac{B}{H} \sqrt{\gamma_0} \frac{Fr^{1.1}}{C} \approx 0.5 \frac{B}{H} \sqrt{\gamma_0 I}. \quad (6)$$

Здесь  $I$  – уклон свободной поверхности в реке.

Из формул (4) и (5) следует, что длина волны макроформ зависит при прочих равных условиях и от ширины русла

$$L_4 = \sqrt{\frac{\gamma_0}{g}} C \frac{B}{p}. \quad (7)$$

В частности, на границе перехода побочного русла в осередковое ( $p=0.5$ )

$$L_4 = \sqrt{\frac{\gamma_0}{g}} C \frac{B}{0.5} \cong 0.18 CB \quad (8).$$

При значениях коэффициента Шези 40-50, обычных для больших равнинных рек, отношение длины волны макроформ и ширины русла составляет 7-9. Это близко к значениям, полученным для русел с побочными [Попов, 1969].

### **Трансформация побочного русла в меандрирующее**

Определим морфологический тип речного русла по его конфигурации в пойменных или коренных берегах при уровне руслонаполнения. Макроформы в виде чередующихся аллювиальных побочней могут формироваться в русле любой конфигурации. Самым простым случаем будет прямолинейное или слабоизвилистое русло, по которому вниз по течению смещаются крупные аллювиальные гряды – побочни, расположенные то у правого, то у левого берега. Обычно такое русло исследуется в лабораторных условиях. Стрежень потока в таком русле слабоизвилистый. Отношение  $S/\lambda$  между длиной по стрежню  $S$  и длиной по прямой  $\lambda$  между точками смены знака кривизны оси потока

находится в диапазоне 1.1-1.15. Эксперименты показывают, что для того, чтобы такое побочное русло преобразовалось в меандрирующее, требуется стабилизация побочной. С.А. Шамм и Х.В. Хан [Schumm, Khan, 1972] закрепляли побочный поверхностным слоем глины, Н.И. Маккавеев [Экспериментальная..., 1969] – слоем гальки или путем врезания русла. В результате трехмерные аллювиальные гряды, которые деформировались потоком по всей их поверхности, превращались в практически двухмерные сегменты дна речной долины (поймы или низкой террасы), образованные размываемыми извилистыми берегами потока. Происходило стеснение потока: уменьшалась его ширина и увеличивалась глубина. При этом, согласно формуле И.Л. Розовского [1957]

$$u_y = \frac{U}{\gamma_0} \frac{H}{R} \quad (9),$$

увеличивалась интенсивность поперечной циркуляции  $u_y$ . Здесь  $R$  – радиус кривизны изгиба оси русла. Поперечная циркуляция влечет за собой перестройку поля скоростей на изгибе, увеличение скоростей у вогнутого берега и уменьшение – у выпуклого, смещение зон продольного ускорения и замедления потока. На качественном уровне описание этого явления дано в небольшой заметке А. Эйнштейна [1926], на количественном – И.Л. Розовским [1957]. Аккумуляция наносов у выпуклого берега, смещение стрежня потока к вогнутому берегу и его размыв приводят к увеличению извилистости  $S/\lambda$  русла в целом (к увеличению  $\omega$  – входящего угла на изгибе) и к дальнейшему усилению поперечной циркуляции. Расчеты по формуле

$$u_y = \frac{\sqrt{I}}{n} D^{5/3} \frac{1}{\gamma_0 R} = \sqrt{\frac{\lambda}{S}} \frac{\sqrt{I_0}}{n} H^{5/3} \frac{1}{\gamma_0 R} = \frac{1}{\gamma_0} \sqrt{J_0(\omega)} \frac{\sqrt{I_0}}{n} H^{5/3} \frac{\pi \omega J_0(\omega)}{\lambda} \quad (10)$$

показывают, что для синусом-образованной формы излучины [Langbein, Leopold, 1966] интенсивность поперечной циркуляции достигает максимума при  $S/\lambda = 1.3$ . Здесь  $I_0$  – уклон по оси долины реки,  $J_0$  – функция Бесселя нулевого порядка,  $S$  – длина изгиба русла по осевой линии,  $\lambda$  – шаг излучины, т.е. расстояние по прямой между двумя последовательными точками смены знака кривизны оси русла. Дальнейшее увеличение извилистости русла и уменьшение продольного уклона приводит к постепенному замедлению поперечной циркуляции. Если при увеличении крутизны излучин происходит и увеличение глубины, то максимум интенсивности поперечной циркуляции смещается на большие значения  $S/\lambda$ . Если учесть, что с увеличением глубины и асимметрии поперечного профиля русла увеличивается и транспортирующая способность потока



[Маккавеев, 1955], то максимум интенсивности поперечной циркуляции может приходиться на значение 1.6.

На натуральных свободных реках стабилизация макроформ обычно происходит при поселении растительности на грядовых формах и отложении на них пойменного наилка. Образуются фрагменты поймы, которые стесняют поток. Кривизна первоначального изгиба русла увеличивается по мере причленения грядовых русловых форм к выпуклому берегу русла, их зарастания, стабилизации и включения в пойменный массив. Описание многочисленных вариантов этого процесса можно найти у Р.С. Чалова [1979]. Каждый причленяющийся к выпуклому берегу русла побочень или осередок вызывает дополнительное стеснение русла и увеличение изгиба потока, что приводит к размыву противоположного вогнутого берега русла. Так формируются различные морфологические разности гравистых пойм, а изгиб русла приобретает характерный рисунок меандра. Поселение растительности на грядах и формирование поймы – наиболее обычный способ перехода аллювиальных русловых форм в меандры – формы самого русла. Довольно часто этот процесс происходит в результате врезания русла и прекращения затопления наиболее высоких частей грядовых образований, обычно в сочетании с поселением растительности (рис. 4), или в результате формирования многолетней мерзлоты, стабилизирующей русловые формы.



Рис. 4. Врезанная пальцевидная излучина р. Алабуги (Киргизия). Фото А.В. Панина.

Поскольку фрагменты пойменных массивов, образующих речные меандры, формируются на основе грядовых русловых форм (в первую очередь, макроформ), то характерные размеры речных меандров можно рассчитывать по теоретическим формулам, полученным для макроформ. В частности, длину волны меандров  $L$  (расстояние по

прямой между последующими вершинами одного знака кривизны) или шаг меандров  $\lambda = L/2$  (расстояние по прямой между соседними точками смены знака кривизны осевой линии русла) можно оценить по формулам (3) или (8). Формула (8), записанная для шага аллювиальных образований  $\lambda$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\gamma_0}{g}} CB \cong 0.09 CB, \quad (11)$$

хорошо описывает шаг меандров (рис. 5).

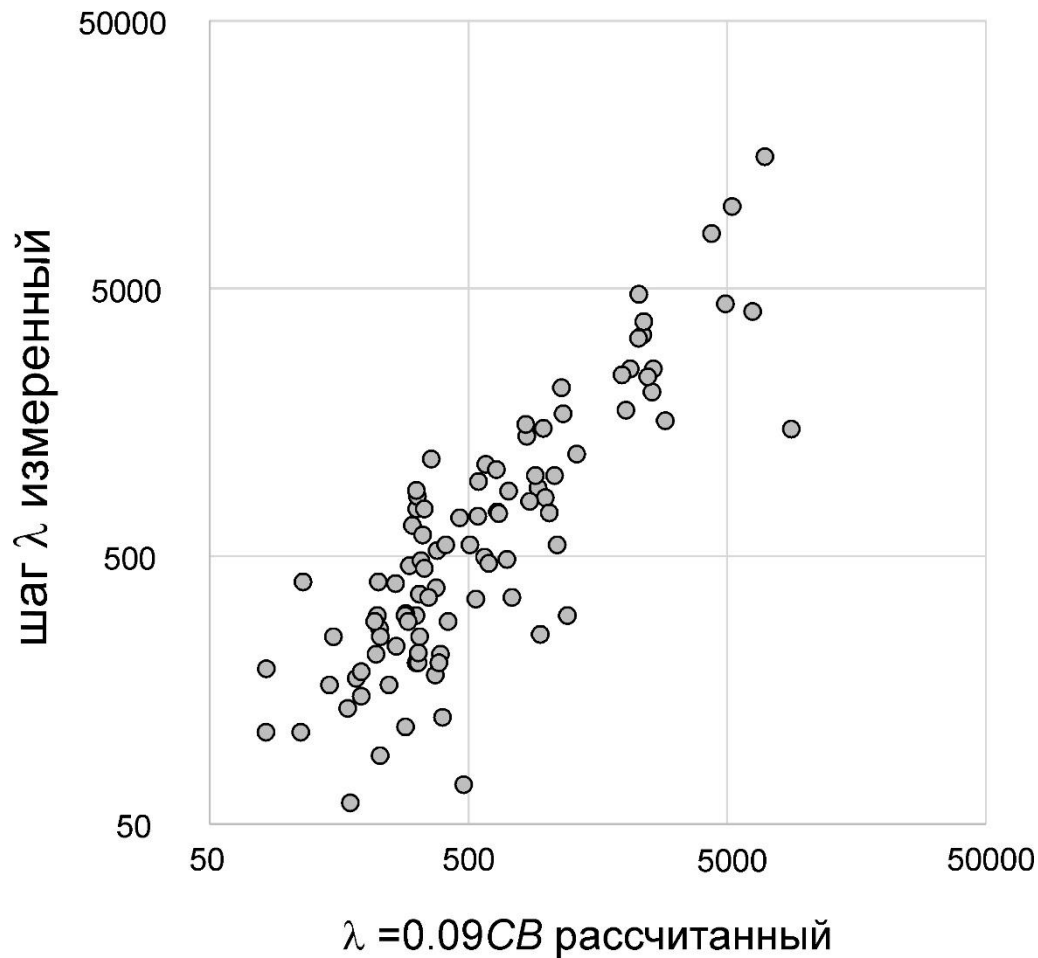


Рис. 5. Шаг меандров, измеренный и рассчитанный по формуле (11).

Более сложно использовать формулу (3), которую можно записать в виде, удобном для расчета шага аллювиальных образований  $\lambda$

$$\lambda = 0.34C \frac{H}{\sqrt{I}}. \quad (12)$$

Наблюдения показывают, что эта формула хорошо описывает шаг побочней и осередков в достаточно широком русле, где выполняется условие  $\frac{B}{L_{4Y}} = p \geq 0.5$  (рис. 6). В таком русле имеются условия для полного развития макроформ, однако вероятность образования меандров речного русла мала. В такой реке обычно развивается русловая

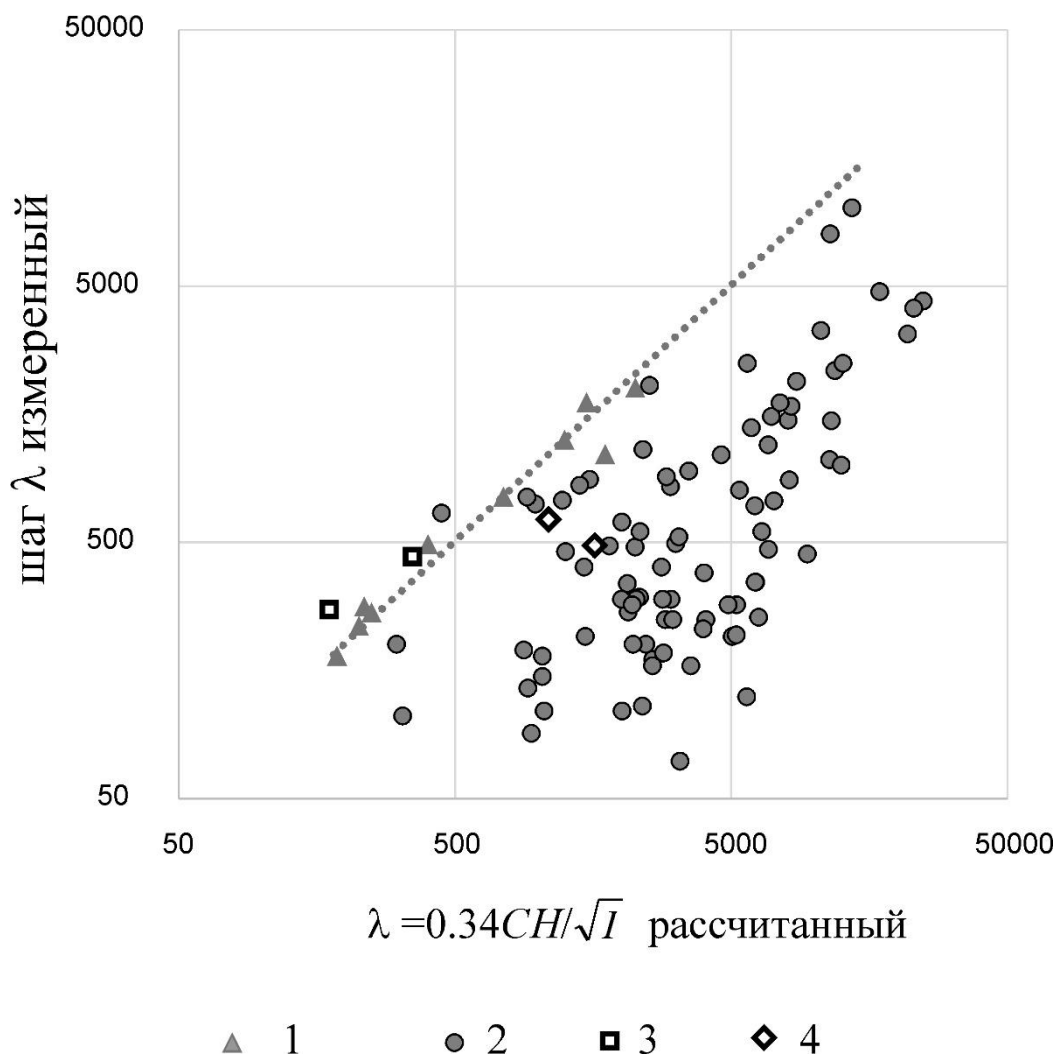


Рис. 6. Шаг побочней и осередков разветвленных русел (1) и меандров однорукавных русел (2), измеренный и рассчитанный по формуле (12). Квадратами показаны морфометрические характеристики для участков русла р. Аргуна, ромбами - для участков русла р. Сунжи, упомянутых в тексте.

мнорорукавность. Вероятность образования меандров высока при  $\frac{B}{L_{4Y}} = p < 0.5$ , но шаг меандров в таком относительно узком русле обычно меньше теоретических размеров макроформ, рассчитанных по формуле (12). Как следует из формулы (10), интенсивность

поперечной циркуляции на изгибе потока при прочих равных условиях увеличивается с уменьшением шага макроформ. Макроформы и мезоформы с шириной меньше двух ширин русла не оказывают существенного влияния на скорость размыва берегов в силу относительно малых размеров. Крупные макроформы с шириной больше двух ширин русла также не оказывают существенного влияния на размыв берегов из-за малой скорости поперечных течений вокруг этих форм. Так что наиболее вероятно образование меандров на основе побочней с шириной волн в две ширины русла. Размеры таких меандров хорошо описываются формулой (11). В узких руслах реализуются более короткие и менее развитые макроформы или даже мезоформы. Такие макроформы, и тем более мезоформы, менее вытянуты, чем наиболее развитые макроформы, и с уменьшением шага меандров коэффициент в формуле (11) имеет тенденцию уменьшаться. Формула (12) неприменима для расчета размеров речных меандров. Как говорилось выше, ее можно применять для расчетов размеров осередков и островов в многорукавном русле.

Переход от беспойменного русла с многочисленными осередками и побочнями к меандрирующему руслу может происходить в пространстве (т.е. по длине реки) и/или во времени. Так, на р. Терек такой переход происходит на участке от г. Владикавказа до устья р. Малки [Лодина, Рашутин и др., 1987]. Русло р. Аргуна выше слияния с р. Сунжой практически беспойменное, широкое (300-500 м), с уклоном 4,5-5‰, с осередками и побочнями, объединенными в макроформы с шагом 400-450 м (рис. 7). Вблизи узла слияния с р. Сунжой уклон уменьшается до 2-2,5‰, формируется пойма шириной 1400-1500 м, русло шириной 150-250 м становится разветвленно-извилистым, с шагом излучин 300-400 м. На этих участках р. Аргуна размеры и макроформ, и излучин русла хорошо описываются формулой (12) (рис. 6). Ниже узла слияния река носит название Сунжа, хотя р. Аргун гораздо более полноводная. На этом участке уклон уменьшается до 1,5-2‰, пойма расширяется до 2600-2700 м, ширина русла уменьшается до 60-120 м, а шаг излучин увеличивается до 600 м за счет увеличения расхода воды и средней глубины русла. Исчезает разветвленность, русло становится меандрирующим. В низовьях р. Сунжи перед впадением в р. Терек уклон уменьшается до 0,3-0,6‰, ширина поймы достигает 3-4 км, ширина русла уменьшается до 60-70 м, шаг излучин русла – до 450 м. На участках меандрирующего русла формула (12) существенно завышает размеры меандров русла (рис. 6).



Рис. 7. Изменения морфологического типа русла и характерных размеров русловых форм и меандров по длине рек Аргуна и Сунжи.

Процесс перехода от русла с многочисленными осередками и побочными к пойменно-русловым комплексам иногда реализуется во времени при изменении характера растительности в речной долине. К.Т. Надлер и С.А. Шамм [Nadler, Schumm, 1981] описали смену морфологического типа русла реки Южный Платт в условиях изменения гидрологического режима реки. В середине XIX в. бассейн реки начал использоваться под орошаемое земледелие. Это привело в начале XX в. к повышению уровня грунтовых вод, которое вызвало прекращение пересыхания реки летом, значительное уменьшение внутригодовой неравномерности стока и увеличение густоты прибрежной растительности (расселение тамариска). В результате на р. Южный Платт произошло преобразование широкого (500-800 м) русла с многочисленными осередками в слабо меандрирующее узкое (70-100 м) неразветвленное русло. Осередки покрылись растительностью, превратились в острова, которые объединились в массивы, причленились к берегу и образовали островную пойму, заполнившую большую часть ширины прежнего русла (Рис. 8).

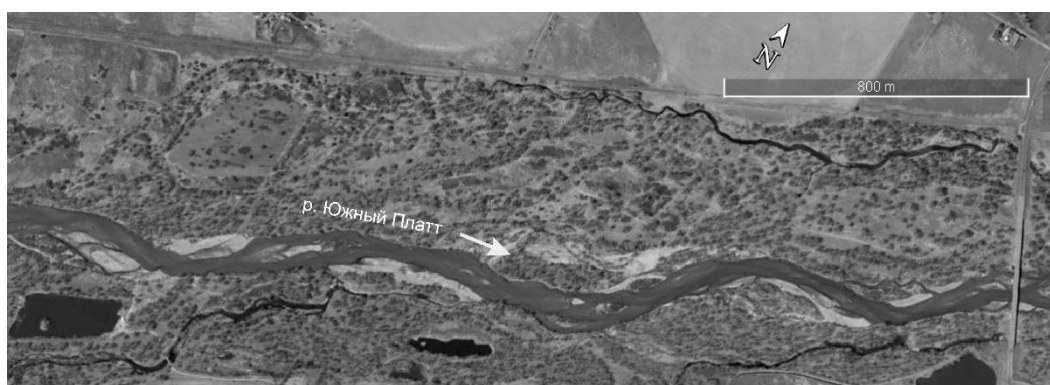


Рис. 8. Трансформация морфологического типа р. Южный Платт.

В большинстве современных речных долин переход от осередкового и извилистого к меандрирующему руслу произошел несколько тысяч лет назад. Поймы формируются длительное время, сопоставимое с геологическим временем, например, с голоценом. За это время водоносность рек, гидрологический режим и морфодинамический тип русел могут претерпевать существенные изменения. Так, для равнин Северной Евразии хорошо выделяются три последовательных этапа формирования пойм меандрирующих рек, связанные с изменениями климата и водоносности рек [Панин и др., 2011]. На первом этапе (в валдайское позднеледниковье) поймы формировались реками с очень большими расходами воды. Ширина русел, шаг и амплитуда излучин этих рек превосходили размеры для соответствующих современных рек до 13-15 раз. На втором этапе (в среднем голоцене) поймы формировались реками в 1,5-2 раза меньших размеров, чем современные, но с более крутыми излучинами. Третий, современный этап формирования речных пойм связан с увеличением размеров рек и уменьшением кривизны и амплитуды излучин речных русел. При смене этих этапов происходила трансформация меандрирующих русел в меандрирующие же, но меньших или больших размеров. Эта трансформация могла происходить через стадию формирования русла с побочными и осередками, которое в дальнейшем преобразовывалось в меандрирующее. Такой процесс более вероятен при уменьшении водоносности и размеров русел рек. При увеличении водоносности и размеров русел рек более вероятен процесс самоподдержания меандрирующей формы русла без побочной и осередковой промежуточной стадии.

### **Заключение**

Извилистость потока есть его неотъемлемое свойство, следствие неустойчивости прямолинейного движения при превышении некоторых энергетических характеристик. Метод малых возмущений дает возможность рассчитать морфологические параметры начальных изгибов потока и размеры грядовых русловых форм, которые образуются в размываемом русле потока как отображение возмущений потока. Размеры грядовых форм определяются гидравлическими характеристиками потока – глубиной, скоростью течения и гидравлическими сопротивлениями.

Переход от изгибов оси потока к меандрам речного русла связан с процессами стабилизации самых больших грядовых форм (макроформ) и стеснением днища долины. Эти процессы вызваны врезанием реки и формированием террас и врезанных излучин, закреплением аллювиальных форм мерзлотой и, наиболее часто, закреплением грядовых форм растительностью и образованием речных пойм. Эти процессы развиваются как во времени, так и в пространстве. Таким образом, ландшафтные факторы, и в первую

очередь растительность в днище речной долины, являются важнейшими факторами руслового процесса, которые, наряду с гидравлическими факторами, определяют морфодинамический тип русла.

### Литература

- Великанов М.А. Динамика русловых потоков, т. 2. М.-Л., Гостехиздат, 1955.
- Гришанин К.В. Устойчивость русел рек и каналов. Л.: Гидрометеиздат, 1974.
- Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, т. 2. М.: Гостехиздат, 1948.
- Лодина Р.В., Рашутин Д.В., Сидорчук А.Ю., Чалов Р.С. Изменение морфологии русла и руслообразующих наносов от истока до устья (на примере р. Терек) // Геоморфология, 1987. № 1.
- Маккавеев Н.И. Русло реки и эрозия в ее бассейне. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Панин А., Сидорчук А., Чернов А. Основные этапы формирования пойм равнинных рек Северной Евразии // Геоморфология, 2011. № 3.
- Попов И.В. Деформации речных русел и гидротехническое строительство (гидролого-морфологическая теория руслового процесса и ее применение). Изд. 2-е. Л.: Гидрометеиздат, 1969.
- Розовский И.Л. Движение воды на повороте открытого русла. Киев: Изд. АН УССР, 1957.
- Сидорчук А.Ю. Структура рельефа речного русла. СПб: Гидрометеиздат, 1992.
- Чалов Р.С. Географические исследования русловых процессов. М.: Изд-во МГУ, 1979
- Экспериментальная геоморфология. Вып. 2. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1969.
- Einstein A. Die Ursache der Mäanderbildung der Flußläufe und des sogenannten Baerschen Gesetzes // Die Naturwissenschaften 14, 1926. (Русский перевод: А. Эйнштейн Причины образования извилин в руслах рек и так называемый закон Бера. Успехи физических наук, т. LIX, вып. 1, 1956).
- Head B.V. Historia Numorum. A Manual of Greek Numismatics. London, 1911.
- Langbein W.B., Leopold L.B. River Meanders. Theory of Minimum Variance // Physiographic and Hydraulic Studies of Rivers. Geological Survey Professional Paper 422-H, 1966.
- Nadler C.T., Schumm S.A. Metamorphosis of South Platte and Arkansas Rivers, eastern Colorado // Physical Geography, 1981. Vol. 2. No. 2.
- Schumm S.A., Khan H.R. Experimental Study of Channel Patterns // Geological Society of America Bulletin, 1972. Vol. 83.